

# TENTAMEN I TSRT22, TSRT19 REGLERTEKNIK

SAL:

TID: 2019-10-25 kl. 14:00-19:00

KURS: TSRT22, TSRT19 Reglerteknik

PROVKOD: TEN1

INSTITUTION: ISY

ANTAL UPPGIFTER: 5

ANSVARIG LÄRARE: Svante Gunnarsson, tel. 013-281747,070-3994847

BESÖKER SALEN: cirka kl. 14:00, 15:30 och 17:30

KURSADMINISTRATÖR: Ninna Stensgård, 013-282225,  
ninna.stensgard@liu.se

TILLÅTNA HJÄLPMEDEL:

1. *T. Glad & L. Ljung*: "Reglerteknik. Grundläggande teori"
  2. Tabeller och formelsamlingar, t.ex.:
    - L. Råde & B. Westergren*: "Mathematics handbook",
    - C. Nordling & J. Österman*: "Physics handbook",
    - S. Söderkvist*: "Formler & tabeller"
  3. Miniräknare utan färdiga program
- Normala inläsningsanteckningar får finnas i böckerna.

LÖSNINGSFÖRSLAG: Finns på kursens websida efter skrivningens slut.

VISNING av tentan äger rum 2019-11-29, kl. 12.30–13.00 i Ljungeln, B-huset, ingång 27, A-korridoren till höger.

PRELIMINÄRA BETYGSGRÄNSER:

betyg 3	23 poäng
betyg 4	33 poäng
betyg 5	43 poäng

OBS! Lösningar till samtliga uppgifter ska presenteras så att alla steg (utom triviala beräkningar) kan följas. Bristande motiveringar ger poängavdrag.

Lycka till!

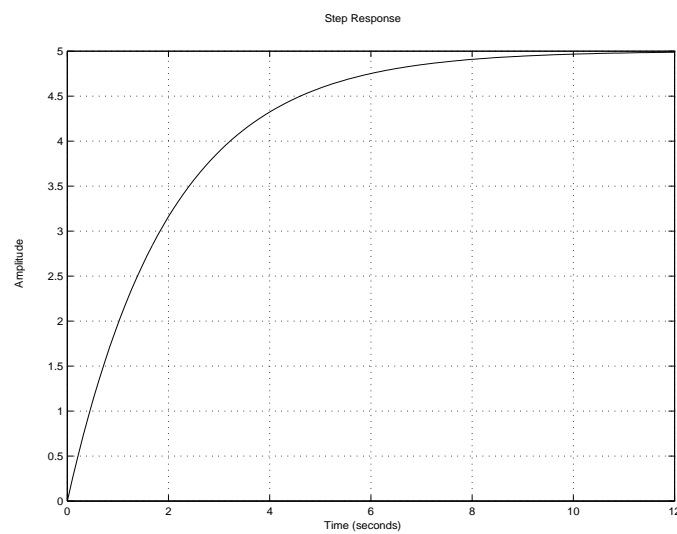
1. (a) Ett systemet antas kunna beskrivas av modellen

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där

$$G(s) = \frac{\beta}{s + \alpha}$$

När insignalen är ett steg med amplituden  $u_0$  fås stegsvaret i figur 1. Bestäm  $\alpha$  och  $\beta$ . (3p)



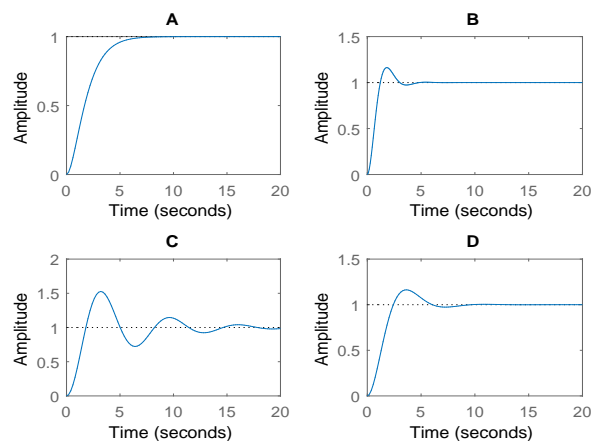
Figur 1: Stegsvär till uppgift 1a.

- (b) Två f d LiTH-studenter är på semester en solig sommardag på Östersjön i sin nyinköpta 50-fots daycruiser med siktet inställt på Visby. Över en kopp kaffe på soldäck funderar de över funktionen hos båtens autopilot (vars uppgift är att automatiskt hålla båten på rätt kurs) och vad som är styrsignal  $u(t)$ , utsignal  $y(t)$  och störsignal  $v(t)$  i detta reglersystem. Vad är dina egna förslag? (3p)

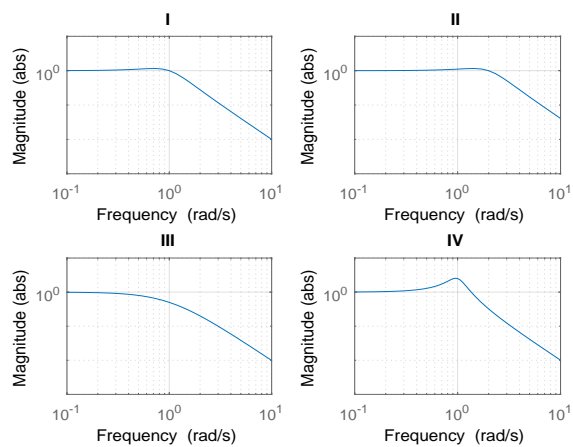
- (c) Figurerna 2 och 3 visar stegsvar respektive amplitudkurva för fyra olika system, vilka kan beskrivas med en modell på formen

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

Kombinera stegsvaren med amplitudkurvorna. (4p)



Figur 2: Stegsvär till uppgift 1c.



Figur 3: Bodediagram till uppgift 1c.

2. Ett system beskrivs med modellen

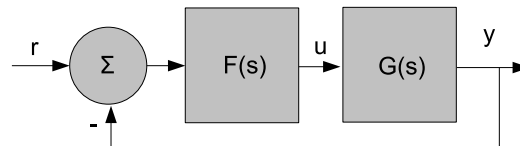
$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^2}$$

Systemet styrs med PID-återkoppling enligt figur 4. där

$$F(s) = K_P + K_I \frac{1}{s} + K_D s$$



Figur 4: Reglersystem

- (a) I figur 5 visas det återkopplade systemets amplitudkurva,  $|G_C(i\omega)|$  för några olika kombinationer på PID-koefficienter. Kombinera koefficienterna och figurerna.

$$(1) \quad K_P = 2, K_I = 0, K_D = 0 \quad (2) \quad K_P = 5, K_I = 0, K_D = 0$$

$$(3) \quad K_P = 2, K_I = 2, K_D = 0 \quad (4) \quad K_P = 2, K_I = 10, K_D = 0$$

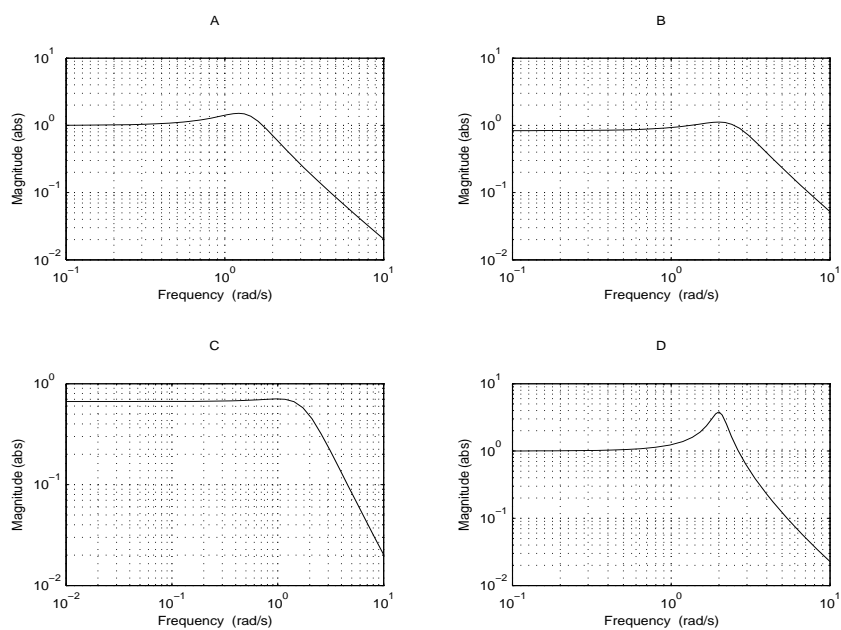
(4p)

- (b) Betrakta åter modellen och återkopplingen ovan. Ange det återkopplade systemets karakteristiska ekvation. Kan man med lämpliga val av  $K_P, K_I$  och  $K_D$  placera det återkopplade systemets poler godtyckligt? (3p)

- (c) Bestäm koefficienterna  $K_P, K_I$  och  $K_D$  så att följande krav uppfylls.

- $S(0) = 0$
- Det återkopplade systemets poler uppfyller  $Re(s) \leq -1$ .

(3p)



Figur 5: Bodediagram till uppgift 2a.

3. Ett dynamiskt system som består av en roterande massa och en elastisk axel kan beskrivas med differentialekvationen

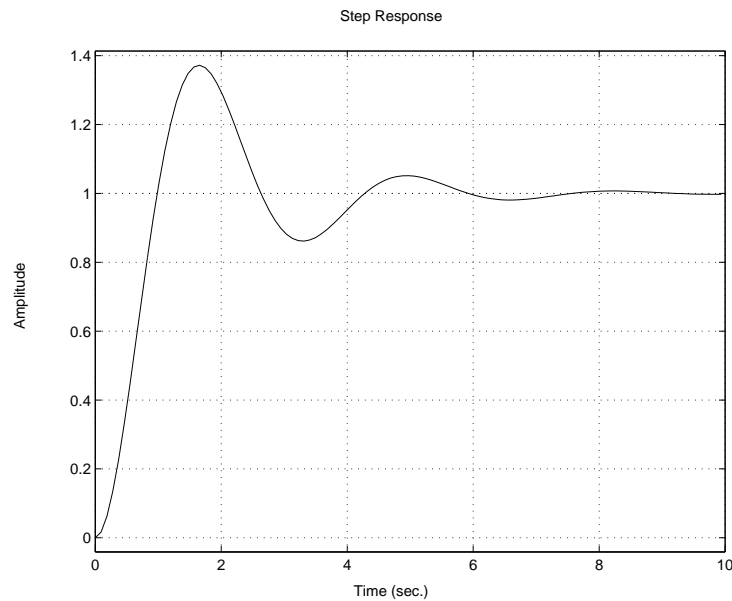
$$\ddot{y}(t) + 2\zeta\omega_0\dot{y}(t) + \omega_0^2 y(t) = \omega_0^2 u(t)$$

- (a) Verifiera att systemet, med tillståndsvariablerna  $x_1(t) = y(t)$  och  $x_2(t) = \dot{y}(t)$ , kan beskrivas på tillståndsform enligt nedan. (1p)

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & -2\zeta\omega_0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ \omega_0^2 \end{pmatrix} u(t) \quad y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x(t)$$

**Obs!** Notera att uppgifterna c) och d) kan lösas även om inte uppgift b) lösts.

- (b) För att, i ett konkret fall, bestämma koefficienterna  $\omega_0$  och  $\zeta$  görs ett stegsvarsexperiment. Resultatet av ett sådant experiment ges i figur 6. Bestäm koefficienterna  $\omega_0$  och  $\zeta$ . (4p)



Figur 6: Figur till uppgift 3.

- (c) Antag att båda tillståndsvariablerna kan mätas, och att systemet styrs med tillståndsåterkoppling på formen

$$u(t) = -Lx(t) + r(t)$$

Ange det återkopplade systemets karakteristiska ekvation. (2p)

- (d) Bestäm koefficienterna i tillståndsåterkopplingen så att:

- Det återkopplade systemets poler ligger dubbelt så långt från origo som det öppna systemets poler.
- Den relativa dämpningen för det återkopplade systemets poler är ett.

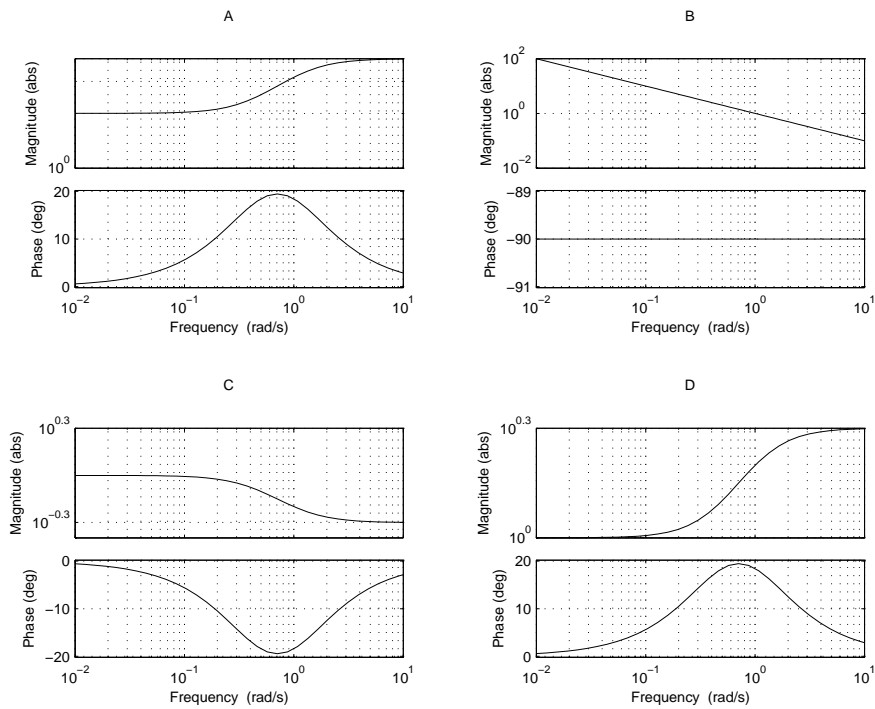
(3p)

4. (a) Ett system har överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{as + b}{cs + d}$$

I figur 7 visas Bodediagrammet för systemet för följande fyra kombinationer av koefficientvärden. Kombinera figurerna och koefficienterna.

- (i)  $a = 2, b = c = d = 1$       (ii)  $a = 0, b = c = 1, d = 0$   
 (iii)  $a = b = d = 2, c = 4$       (iv)  $a = 4, b = 2, c = d = 1$
- (4p)



Figur 7: Bodediagram till uppgift 4a.



- (b) Ett system beskrivs med modellen

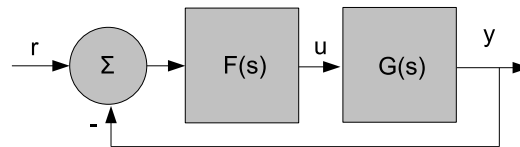
$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där

$$G(s) = \frac{2}{(0.5s + 1)(0.1s + 1)^2}$$

Systemet styrs med återkoppling enligt figur 8. där

$$F(s) = K_P \quad K_P > 0$$



Figur 8: Reglersystem

En (inte helt välutbildad) konsult hävdar att det stationära reglerfelet, när  $r(t)$  är ett enhetssteg, blir  $1/(1 + 2K_P)$  och att detta gäller för alla positiva värden på  $K_P$ . De avsevärt mera välutbildade studenterna Ester och Edvin hävdar att konsulten bara har delvis rätt. Vilket av konsultens påståenden är korrekt, och vilket är felaktigt? (4p)

- (c) Ange en metod som skulle kunna användas för att korrigera konsultens felaktiga påstående. Ange också kortfattat hur metoden skulle användas för att göra detta. (2p)

5. Isabella och Ivar åker söderut på Autobahn i sin Audi R8 för att tillbringa en skidvecka i Alperna. Medan Bruce Springsteens "Thunder Road" hörs från bilens ljudanläggning funderar de över funktionen och robustheten hos bilens farthållare. Sambandet mellan gaspådrag och hastighet kan förenklat (bl a linjäriserat) beskrivas med sambandet

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där

$$G(s) = \frac{1}{m \cdot s + c}$$

där  $m$  är massan och  $c$  beror av bilens luftmotstånd. Vi antar här för enkelhets skull att båda koefficienterna är ett, d v s vi antar att systemet kan beskrivas med modellen

$$G(s) = \frac{1}{s + 1}$$

I verkligheten varierar dock bilens massa beroende på antalet passagerare, mängden bagage och bränsle. Antag därför att det verkliga systemet beskrivs av

$$G^0(s) = \frac{1}{(1 + \delta)s + 1}$$

där  $\delta$  representerar avvikelsen i massa jämfört med modellen  $G(s)$ , och  $\delta = 0$  motsvarar bil utan passagerare m m.

- (a) Verifiera att det relativa modellfelet ges av

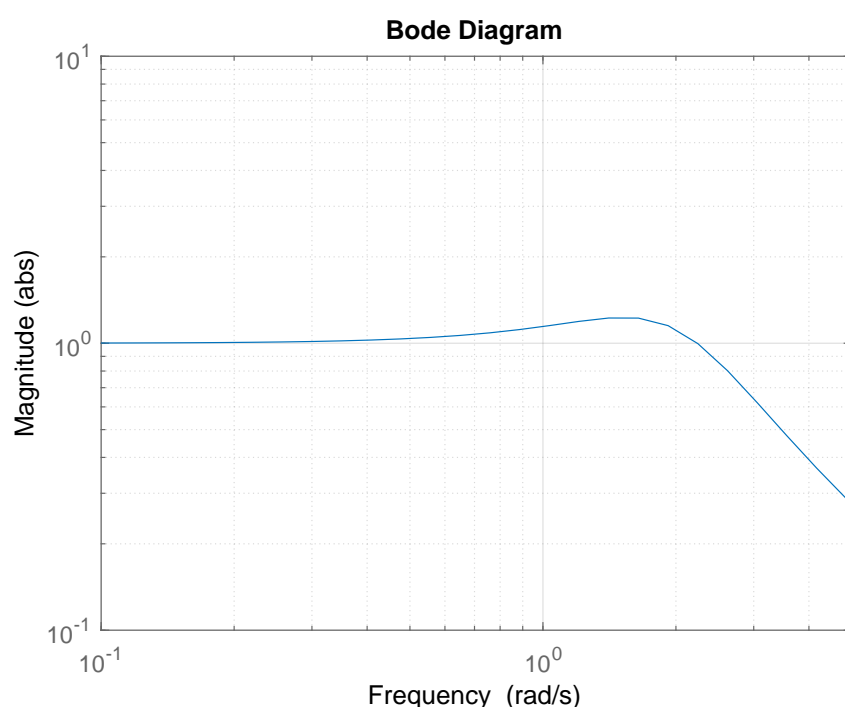
$$\Delta G(s) = \frac{-\delta s}{(1 + \delta)s + 1} \quad (2p)$$

- (b) Antag att bilens farthållare, som är av PI-typ, beräknats utgående från modellen  $G(s)$  och ges av

$$F(s) = 1 + 4 \cdot \frac{1}{s}$$

Detta ger ett återkopplat system, vars absolutbelopp  $|G_c(i\omega)|$  visas i figuren på nästa sida. Gör en principiell skiss av absolutbeloppet av inversen av det relativa modellfelet i det bifogade diagrammet. (Tag loss sidan och bifoga till dina lösningar.) Antag att avvikelsen i massa som högst är 50 procent, d v s  $0 < \delta < 0.5$ . Har Isabella och Ivar någon anledning att vara oroliga över stabiliteten hos farthållaren? (4p)

- (c) Antag (hypotetiskt) att massan skulle kunna ändras ännu mera än vad som antogs i uppgift b. Kan det återkopplade systemet bli instabilt för något  $\delta$  när  $F(s)$  används på  $G^0(s)$ ? (4p)



Figur 9: Figur till uppgift 5.