

# TENTAMEN I TSRT22, TSRT19, TSRT03 REGLERTEKNIK

SAL:

TID: 2019-08-23 kl. 8:00-13:00

KURS: TSRT22, TSRT19, TSRT03 Reglerteknik

PROVKOD: TEN1

INSTITUTION: ISY

ANTAL UPPGIFTER: 5

ANSVARIG LÄRARE: Svante Gunnarsson, tel. 013-281747,070-3994847

BESÖKER SALEN: cirka kl. 9:00, 10:30 och 12:00

KURSADMINISTRATÖR: Ninna Stensgård, 013-282225,  
ninna.stensgard@liu.se

TILLÅTNA HJÄLPMEDEL:

1. *T. Glad & L. Ljung*: "Reglerteknik. Grundläggande teori"
2. Tabeller och formelsamlingar, t.ex.:
  - L. Råde & B. Westergren*: "Mathematics handbook",
  - C. Nordling & J. Österman*: "Physics handbook",
  - S. Söderkvist*: "Formler & tabeller"
3. Miniräknare utan färdiga program  
Normala inläsningsanteckningar får finnas i böckerna.

LÖSNINGSFÖRSLAG: Finns på kursens websida efter skrivningens slut.

VISNING av tentan äger rum 2019-09-13, kl. 12.30–13.00 i Ljungeln, B-  
huset, ingång 27, A-korridoren till höger.

PRELIMINÄRA BETYGSGRÄNSER: betyg 3 23 poäng  
betyg 4 33 poäng  
betyg 5 43 poäng

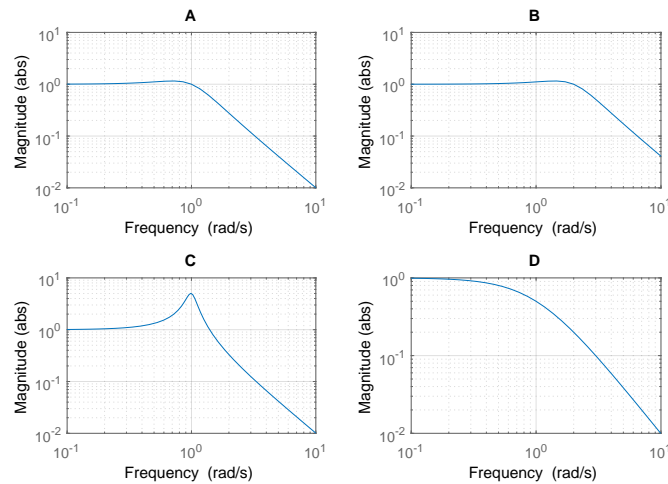
OBS! Lösningar till samtliga uppgifter ska presenteras så att alla steg (utom triviala beräkningar) kan följas. Bristande motiveringar ger poängavdrag.

Lycka till!

1. (a) Ett system beskrivs av modellen

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

I figurerna 1 och 2 visas amplitudkurvorna för fyra olika överföringsfunktioner respektive plottar över polernas lägen. Kombinera amplitudkurvorna med figurerna över polernas lägen. (4p)



Figur 1: Amplitudkurvor till uppgift 1 a.

- (b) Ett system beskrivs av modellen

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där

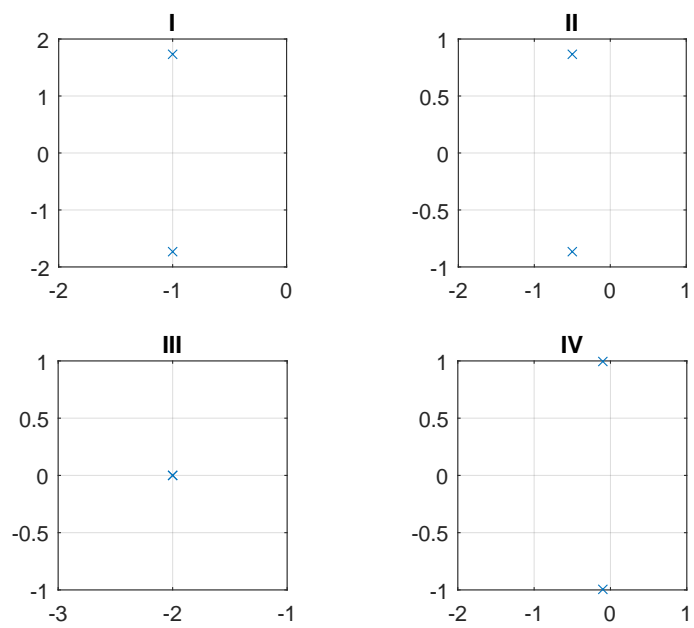
$$G(s) = \frac{4}{s + 2}$$

Insignalen ges av  $u(t) = 2 \sin t$ . Ange utsignalen i stationärt tillstånd, d v s efter att den transienta delen av utsignalen dött ut. (3p)

- (c) Ett system beskrivs på tillståndsform av modellen

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} -1 & \alpha \\ 0 & -1 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t) \quad y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x(t)$$

För vilka värden på  $\alpha$  är systemet styr- och observerbart? För vilka värden på  $\alpha$  är det stabilt? (3p)



Figur 2: Poler för systemen i uppgift 1 a.

2. (a) Ett system beskrivs av modellen

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

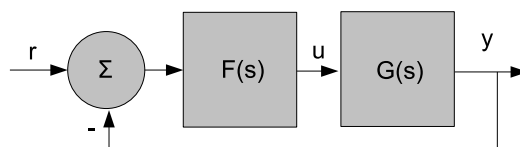
där

$$G(s) = \frac{5}{(2s + 1)^2}$$

Systemet styrs med PI-återkopplingen

$$F(s) = K_P + K_I \frac{1}{s}$$

enligt figur 3.



Figur 3: Reglersystem

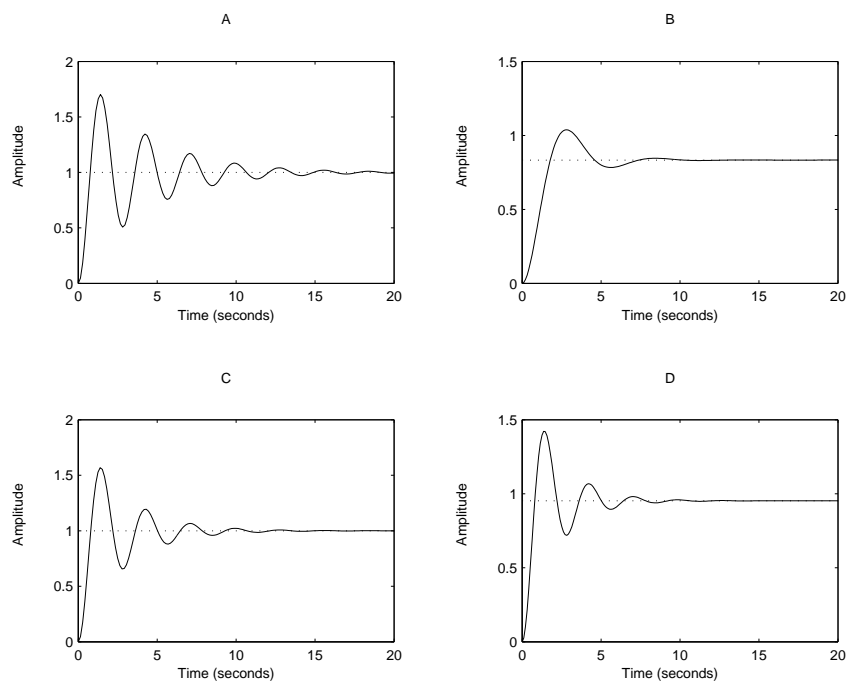
I figur 4 visas stegsvaret för det återkopplade systemet för följande fyra kombinationer av koefficienter i PI-återkopplingen.

$$(i) \quad K_P = 4, K_I = 0 \quad (ii) \quad K_P = 1, K_I = 0$$

$$(iii) \quad K_P = 4, K_I = 1 \quad (iv) \quad K_P = 4, K_I = 2$$

Kombinera figurerna med koefficientvärdena.

(4p)



Figur 4: Stegsvvar till uppgift 2 a.

(b) Betrakta systemet

$$Y(s) = G(s)U(s) + V(s)$$

där

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^2}$$

och  $v(t)$  är en sinusformad störning  $v(t) = \sin(\omega t)$ . Systemet styrs med återkopplingen

$$U(s) = K(R(s) - Y(s))$$

Ange reglersystemets känslighetsfunktion. (3p)

(c) Ange känslighetsfunktionens statiska förstärkning, d v s  $S(0)$ , som funktion av  $K$ . Vad är för- och nackdelen med att välja  $K$  stort? (3p)

3. Betrakta en dubbeltankprocess bestående av två vattentankar, där den ena tanken är placerad över den andra. Processen kan beskrivas på tillståndsform med modellen

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} u(t)$$

$$y(t) = (0 \ 1)x(t)$$

där tillståndsvariablerna  $x_1(t)$  och  $x_2(t)$  betecknar avvikelserna i vattennivå från en stationär nivå (jämviktspunkt) i övre respektive undre tanken,  $u(t)$  betecknar inflödet i övre tanken och  $y(t)$  betecknar nivå i den undre tanken.

- (a) Antag att båda nivåerna kan mätas. Bestäm en tillståndsåterkoppling på formen

$$u(t) = -Lx(t) + r(t)$$

sådan att det återkopplade systemets poler placeras i  $-\alpha$ . (3p)

- (b) Hur stor översläng (approximativt) fås i utsignalen  $y(t)$  vid ett steg i referenssignalen när återkopplingen som beräknades i a) används på tankprocessen? Ange hur stegsvarets stigtid principiellt beror av valet av  $\alpha$ . Vad är det som i praktiken begränsar hur  $\alpha$  kan väljas? (3p)

- (c) Antag att man av kostnadsskäl endast vill mäta nivån i den undre tanken, men ändå uppnå samma prestanda som fås med återkopplingen i a). En (inte så reglertekniskt välutbildad) konsult föreslår att man, med utgångspunkt från ekvationen för nivån i den undre tanken, kan skatta nivå i den övre tanken med hjälp av ekvationen

$$\hat{x}_1 = x_2 + \dot{x}_2$$

Förklara varför detta inte är någon bra idé. (1p)

- (d) Förslå ett bättre alternativ, jämfört med förslaget i c), för att skapa ett reglersystem för tanken under förutsättning att endast nivån i den undre tanken kan mätas. Några räkningar behöver ej utföras, utan det räcker att ange vilka beräkningar som måste utföras. (3p)

4. En farkost antas kunna beskrivas av sambandet

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där  $u$  är insignal till drivsystemet och  $y$  är position och

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)^2}$$

Modellens bodediagram ges på nästa sida.

- (a) Antag att man vill styra farkostens position automatiskt och använder en proportionell återkoppling

$$U(s) = K(R(s) - Y(s))$$

Vilken skärfrekvens kan maximalt uppnås om man vill att fasmarginalen ska vara minst  $60^\circ$ ? För vilket  $K$  erhålls denna skärfrekvens? (2p)

- (b) Antag att man vill att farkosten ska följa en bana som ges av en linjärt växande referenssignal, d v s

$$r(t) = 0.5 \cdot t \quad t \geq 0$$

Hur mycket kommer farkosten, i stationaritet, att avvika från den önskade banan om man använder återkopplingen från a)? (3p)

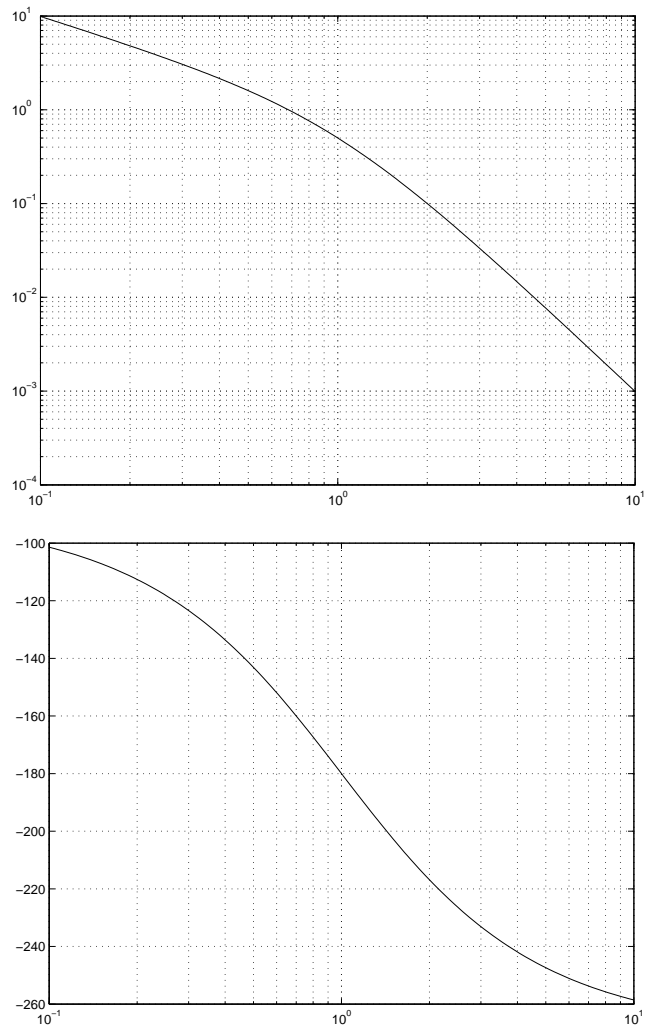
- (c) Bestäm nu en återkoppling på formen

$$U(s) = K \cdot \frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s + \gamma} (R(s) - Y(s))$$

sådan att:

- Det stationära reglerfelet reduceras till 10% av vad som erhöles i uppgift b).
- Regulatorns statiska förstärkning är ändlig.
- Fasmarginalen är minst  $60^\circ$ .
- Skärfrekvensen är så hög som möjligt.

(5p)



Figur 5: Bodediagram till uppgift 4.



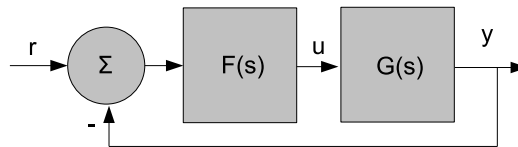
5. En elektrisk motor antas kunna beskrivas av modellen

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där  $u$  är spänning och  $y$  är vinkel, samt

$$G(s) = \frac{k_0}{s(\tau s + 1)}$$

där man experimentellt bestämt koefficientvärdena till  $k_0 = 50$  och  $\tau = 0.25$ . Motorn styrs med hjälp av återkoppling enligt figur 6.

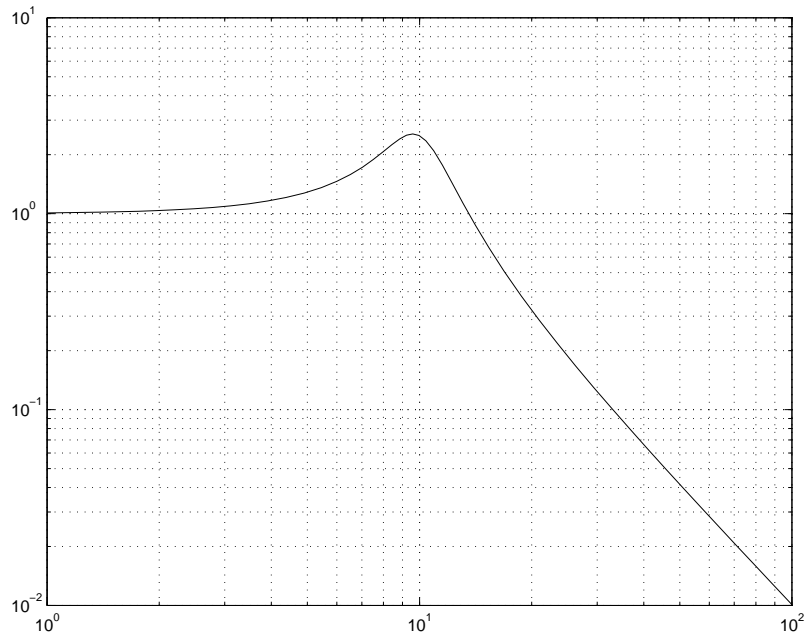


Figur 6: Reglersystem

- (a) Antag att motorn styrs med proportionell återkoppling, d v s  $F(s) = K$ . För vilket värde på  $K$  har det återkopplade systemets poler relativ dämpning  $1/\sqrt{2}$ ? (3p)
- (b) Antag även nu att motorn styrs med proportionell återkoppling enligt uppgift a). Kan det återkopplade systemet bli instabilt för något  $K > 0$ ? Ange i så fall för vilka värden. (3p)
- (c) Antag att man väljer  $K = 0.5$  i den proportionella återkopplingen ovan. Då ges det återkopplade systemets amplitudkurva av figur 7 nedan. Antag också att det finns en viss osäkerhet i uppskattningen av koefficienten  $k_0$  och systemet ges istället av

$$G^0(s) = \frac{50(1 + \alpha)}{s(0.25s + 1)}$$

där man dock med säkerhet vet att  $|\alpha| \leq 0.5$ . Ger den proportionella återkopplingen ett garanterat stabilt återkopplat system, enligt robusthetskriteriet, i detta fall? Om ej, för vilka värden på  $\alpha$  kan stabilitet ej garanteras? (4p)



Figur 7: Amplitudkurva för det återkopplade systemet i uppgift 5.