TENTAMEN I REGLERTEKNIK TSRT03, TSRT19

TID: 23 april 2019, klockan 14 - 19

KURS: TSRT03, TSRT19

PROVKOD: TEN1

INSTITUTION: ISY

ANTAL UPPGIFTER: 5

ANSVARIG LÄRARE: Johan Löfberg, 070-3113019

BESÖKER SALEN: 15.30, 17.30

KURSADMINISTRATÖR: Ninna Stensgård, tel 013-284725, ninna.stensgard@liu.se

TILLÅTNA HJÄLPMEDEL: Läroboken Glad-Ljung: "Reglerteknik, grundläggande teori" med inläsningsanteckningar, tabeller, formelsamling, räknedosa utan färdiga program.

LÖSNINGSFÖRSLAG: Anslås efter tentamen på kursens hemsida.

VISNING av tentan sker i ISY:s expedition (vid Cafe Java) som har öppet måndag-fredag 12.30-13.15.

PRELIMINÄRA BETYGSGRÄNSER:	betyg 3	23 poäng
	betyg 4	33 poäng
	betyg 5	43 poäng

OBS! Lösningar till samtliga uppgifter ska presenteras så att alla steg (utom triviala beräkningar) kan följas. Bristande motiveringar ger poängavdrag om inte annat anges

Lycka till!

1. (a) Ett system beskrivs av differentialekvationen

$$\tau \dot{y}(t) + y(t) = ku(t)$$

I figuren nedan visas signalerna $u(t)$ och $y(t)$ då man låter insignalen vara en sinussignal. Bestäm koefficienterna k och τ. (4p)

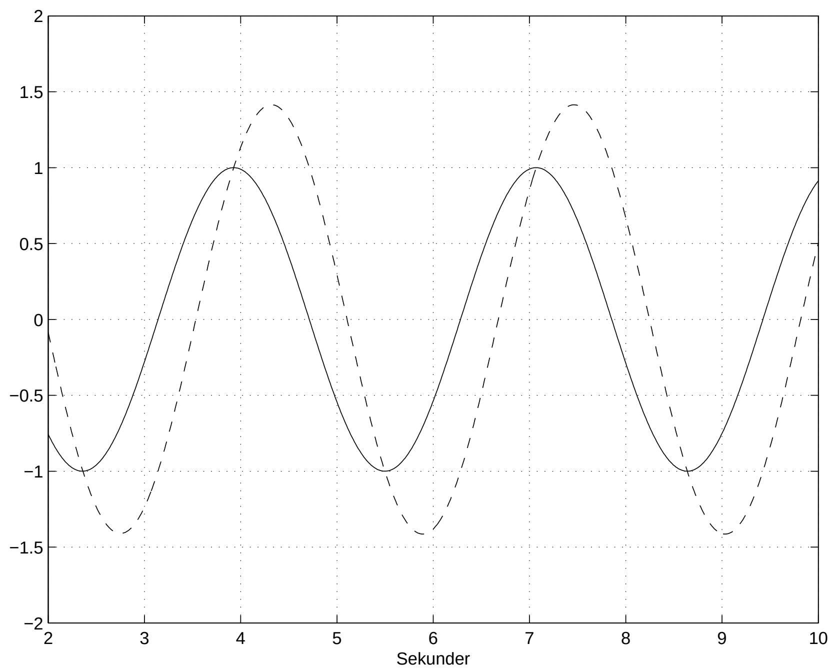

Figure 1: Signaler till uppgift 1 a. Heldragen - insignal. Streckad - utsignal.

(b) I figuren nedan visas stegsvaret för de fyra systemen nedan. Kombinera figurerna med överföringsfunktionerna.

$$(i): \quad G(s) = \frac{2}{s^2+s+1} \qquad (ii): \quad G(s) = \frac{1}{s^2+s+2}$$

$$(iii): \quad G(s) = \frac{1}{s^2+2s+1} \qquad (iv): \quad G(s) = \frac{1}{2s^2+s+1}$$

(3p)

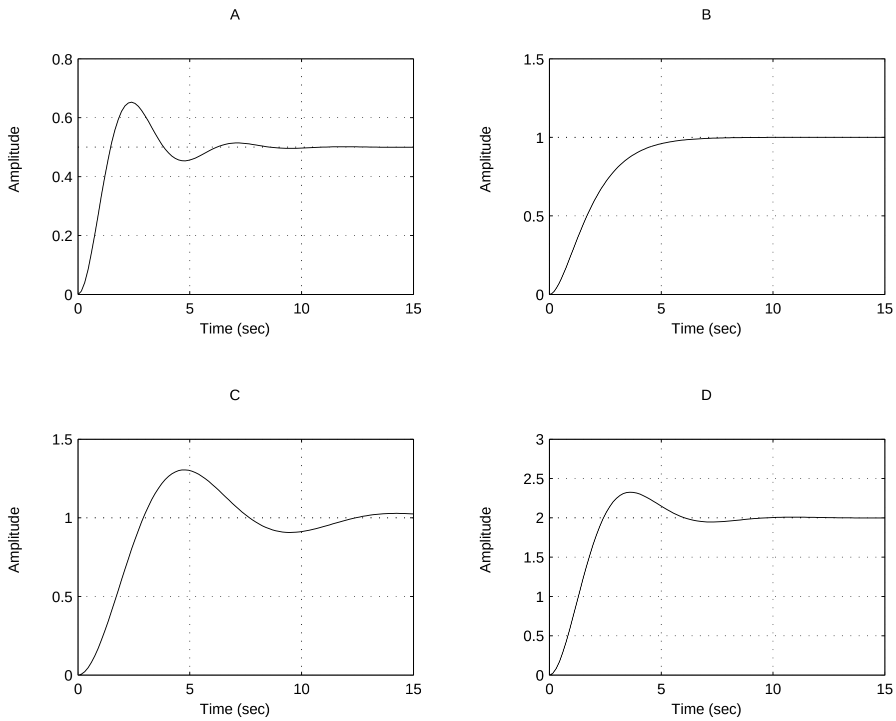

Figure 2: Stegsvar för uppgift 1b.

(c) Ett system beskrivs på tillståndsform av modellen

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t)$$

Kan man bestämma en tillståndsåterkoppling på formen

$$u(t) = -l_1 x_1(t) - l_2 x_2(t) + r(t)$$

så att det återkopplade systemets poler placeras godtyckligt? (3p)

2. (a) Figur 3 visar, för fyra olika fall, Bodediagrammet för

$$G_O(i\omega) = F(i\omega)G(i\omega)$$

och figur 4 visar amplitudkurvan, $\mid G_C(i\omega) \mid$ för det återkopplade systemets överföringsfunktion

$$G_C(s) = \frac{G_O(s)}{1 + G_O(s)}$$

för motsvarande fyra fall. Kombinera kurvorna. (4p)

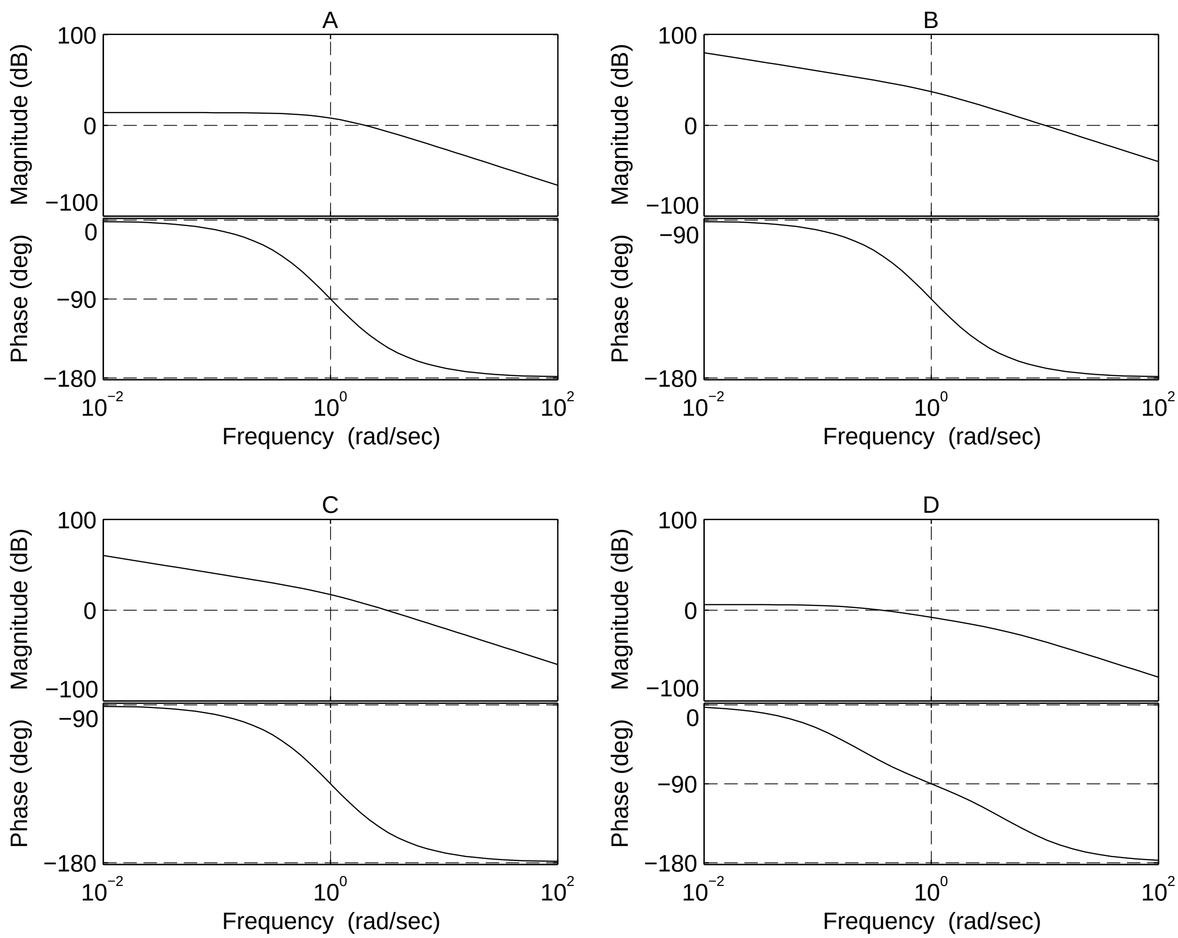

Figure 3: Bodediagram för $G_O(i\omega)$ för uppgift 2a.

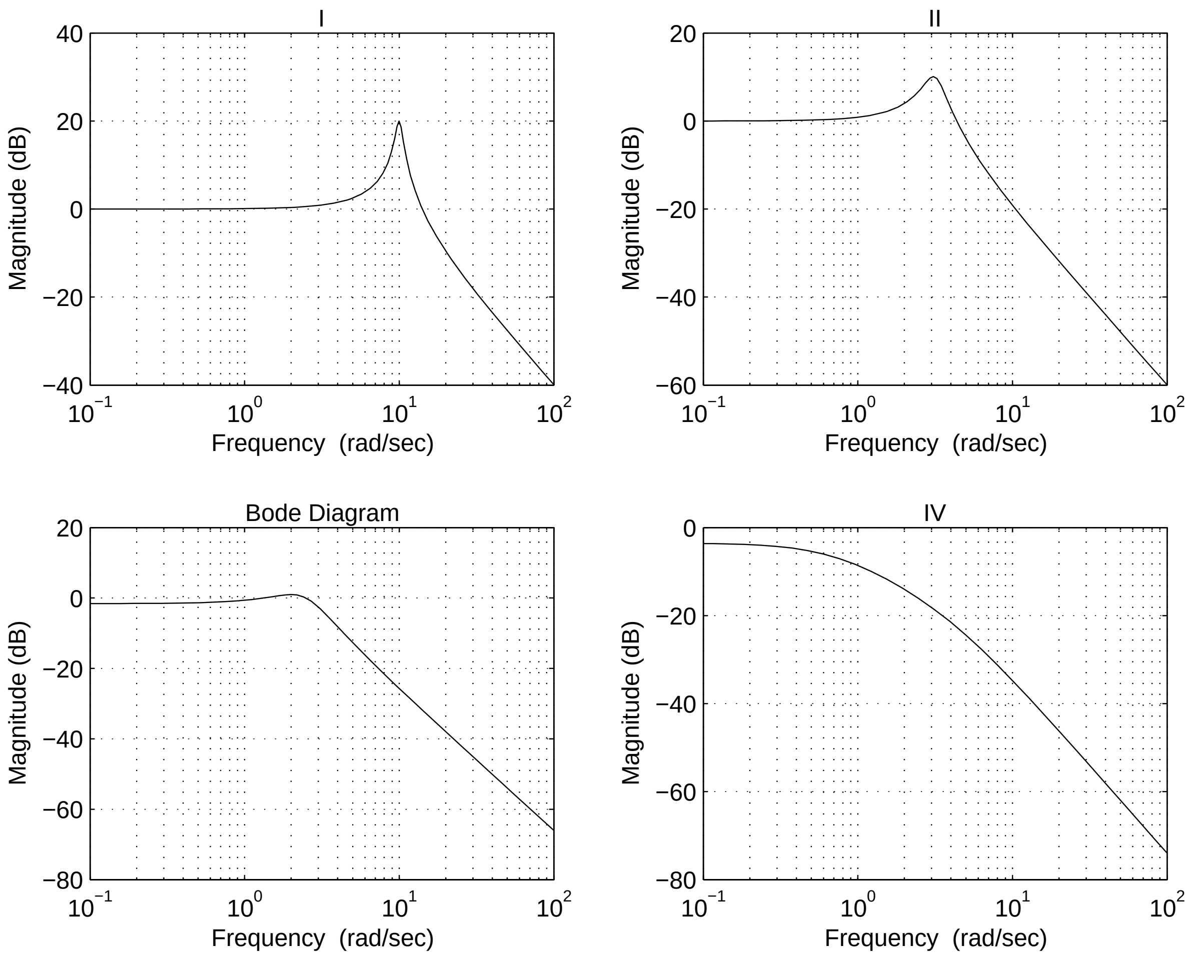

Figure 4: Amplitudkurvor $\mid G_C(i\omega) \mid$ för uppgift 2a.

(b) Betrakta reglersystemet nedan.

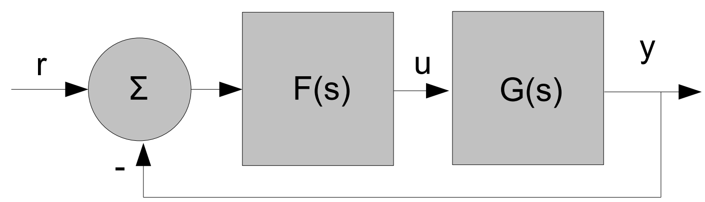

Figure 5: Reglersystem

där

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)} \quad F(s) = K \quad (K > 0)$$

Bestäm reglersystemets känslighetsfunktion och ange dess förstärkning vid vinkelfrekvensen $\omega = 0$. (3p)

(c) Betrakta åter känslighetsfunktionen från uppgift b. Verifiera att det, oavsett valet av förstärkning K där $K > 0$, finns vinkelfrekvenser där känslighetsfunktionens absolutbelopp är större än ett, d v s

$$\mid S(i\omega) \mid > 1$$

(3p)

3. Ett elektromekaniskt positioneringssystem kan approximativt beskrivas med modellen

$$Y(s) = \frac{A}{ms^2 + fs} U(s)$$

där koefficienten A anger relationen mellan insignalen (spänning eller ström) och applicerad kraft, m är massan och f är en friktionskoefficient Här antas att $A = 1, f = 0.01$ och $m = 0.1$. Bodediagrammet för systemet ges på nästa sida. Systemet skall styras med hjälp av återkoppling enligt figuren nedan, där v betecknar en störning.

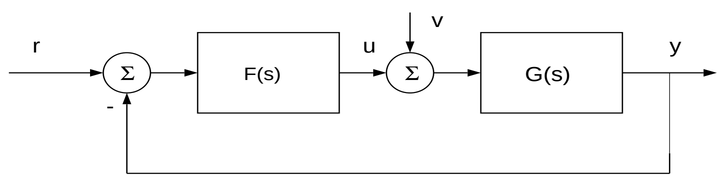

Figure 6: Reglersystem

Specifikationerna för reglersystemet är:

- $\varphi_m \geq 60°$
- $\omega_c = 10$ rad/s.
- $| e(t) | \leq 0.01$ i stationärt tillstånd då $r(t) = 0$ och $v(t)$ är en stegstörning med amplitud ett.
- $F(0) < \infty$.
- Högfrekvensförstärkningen hos $F(s)$, d v s $| F(i\omega) |$ för stora ω, får ej vara onödigt hög.

(a) Bestäm en återkoppling som uppfyller specifikationerna ovan. (8p)

(b) En, inte särskilt kompentent, konsult har tagit fram ett antal förslag på återkopplingar för att lösa problemet ovan. Två av förslagen återfinns nedan. Ange för vart och ett av förslagen minst ett skäl till varför de inte uppfyller kraven. (2p)

$$F_1(s) = 4 \cdot \frac{0.5s + 1}{0.1s + 1} \cdot \frac{s + 2}{s}$$

$$F_2(s) = 10 \cdot (0.6s + 1) \cdot \frac{s + 2}{s + 0.005}$$

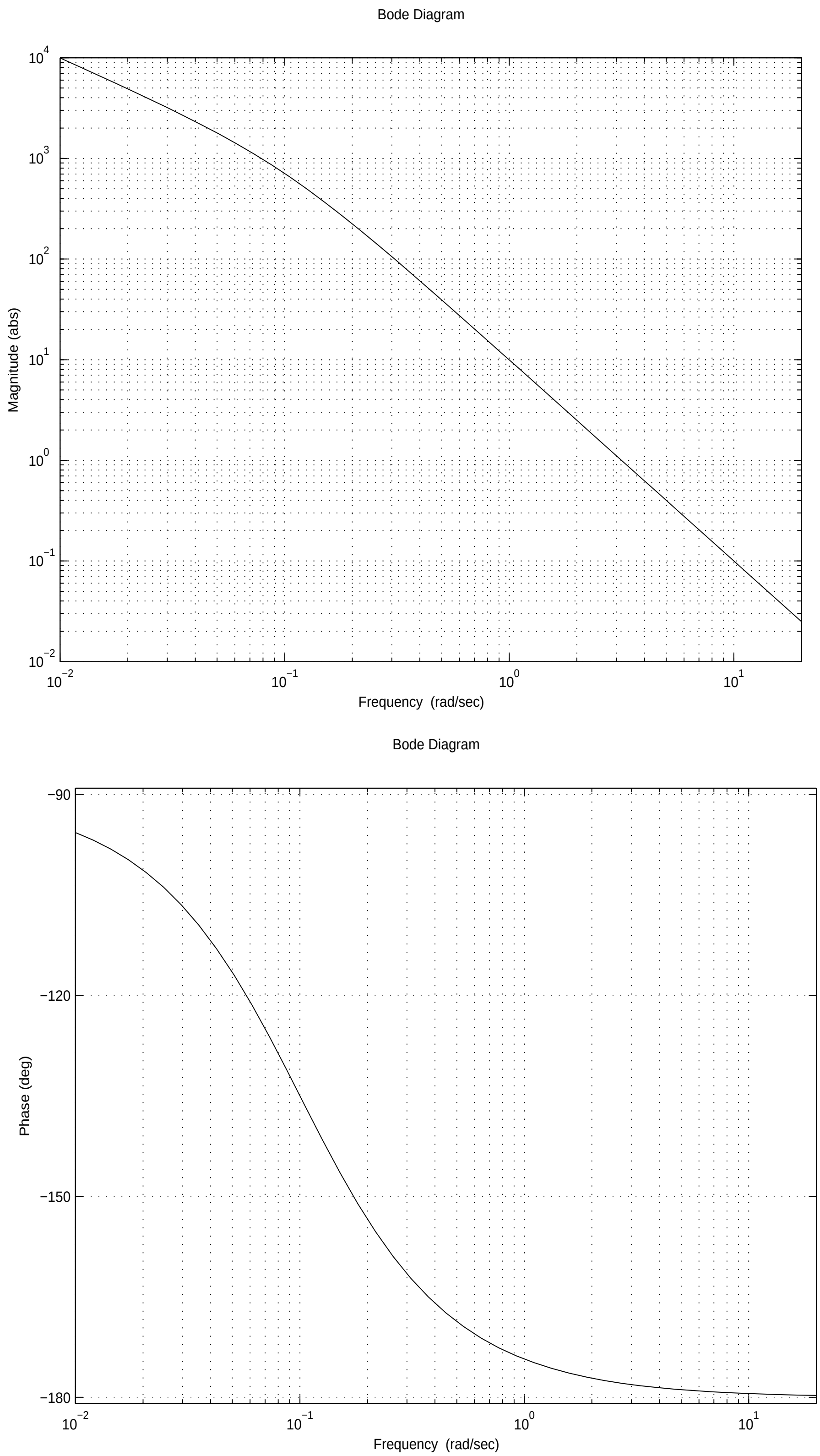

Figure 7: Bodediagram till uppgift 3.

4. Betrakta en process bestående av två seriekopplade vattentankar där vatten pumpas in i den övre, och det rinner vatten från den övre till den undre samt ur ett hål i den undre. Processen kan beskrivas på tillståndsform med modellen

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} u(t) \\ y &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} x(t)\end{aligned}$$

där tillståndsvariablerna $x_1(t)$ och $x_2(t)$ betecknar avvikelserna i vattennivå från en stationär nivå (jämviktspunkt) i övre respektive undre tanken och $u(t)$ betecknar inflödet i övre tanken.

(a) Antag att båda nivåerna kan mätas. Bestäm en tillståndsåterkoppling på formen

$$u(t) = -Lx(t) + r(t)$$

sådan att det återkopplade systemets poler placeras i $-\alpha$. (3p)

(b) Hur stor översläng (approximativt) fås i utsignalen $y(t)$ (nivån i den undre tanken) vid ett steg i referenssignalen när återkopplingen som beräknades i a) används på tankprocessen? Ange hur stegsvarets stigtid principiellt beror av valet av α. Vad är det som i praktiken begränsar hur α kan väljas? (3p)

(c) Antag att man av kostnadsskäl endast vill mäta nivån i den undre tanken, men ändå uppnå samma prestanda som fås med återkopplingen i a). Vår inkompetente konsult från förra uppgiften återkommer och föreslår att man, med utgångspunkt från differentialekvationen för nivån i den undre tanken, kan uppskatta nivån i den övre tanken med hjälp av ekvationen

$$\hat{x}_1(t) = x_2(t) + \dot{x}_2(t)$$

Förklara varför detta inte är någon bra idé. (2p)

(d) Förslå ett bättre alternativ, jämfört med förslaget i c), för att skapa ett reglersystem för tanken under förutsättning att endast nivån i den undre tanken kan mätas. Några räkningar behöver ej utföras, utan det räcker att ange vilka beräkningar som måste utföras. (2p)

5. Antag att ett system beskrivs av modellen

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

och att man konstruerar en regulator $F(s)$ så att man erhåller ett stabilt återkopplat reglersystem enligt figuren nedan.

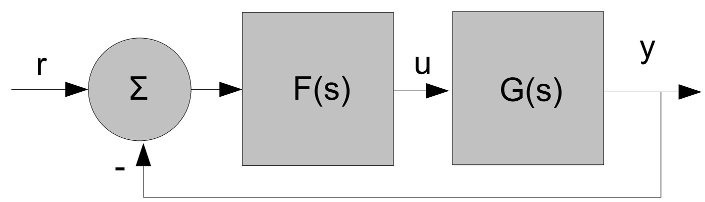

Figure 8: Reglersystem

och

$$G_C(s) = \frac{F(s)G(s)}{1 + F(s)G(s)}$$

Antag att systemet i vekligheten beskrivas av sambandet

$$Y(s) = G^0(s)U(s)$$

där

$$G^0(s) = G(s)(1 + \Delta G(s))$$

och att vi nu vill undersöka om reglersystemet är stabilt trots att det verkliga systemet avviker från den modell som användes då $F(s)$ beräknades.

(a) Antag att osäkerheten i modellen enbart består av en osäkerhet i förstärkningen, och att det verkliga systemet kan uttryckas

$$G^0(s) = G(s)(1 + \alpha)$$

där $\mid \alpha \mid < 0.5$. Vilket krav medför detta på $\mid G_C(i\omega) \mid$ för att man ska kunna garantera att det återkopplade systemet är stabilt då $F(s)$ används för att styra systemet $G^0(s)$. (2p)

(b) Verifiera att villkoret i 5a medför att reglersystemets amplitudmarginal måste uppfylla $A_m > 3/2$. **Ledning:** Utnyttja att vid fasskärfrekvensen ω_P gäller det att $G_O(i\omega_P) = -1/A_m$, där $G_O(s) = F(s)G(s)$. (2p)

(c) Antag nu att istället osäkerheten i modellen $G(s)$ enbart består av osäkerhet i argumentet hos frekvensfunktionen. Det verkliga systemet kan då uttryckas

$$G^0(s) = G(s)e^{i\phi(s)}$$

eftersom

$$| G^0(i\omega) |=| G(i\omega) | \qquad \arg G^0(i\omega) = \arg G(i\omega) + \phi(\omega)$$

där variabeln $\phi(\omega)$, vilken inte är känd, representerar skillnaden mellan argumentkurvorna för det verkliga systemet och modellen. Verifiera att detta innebär att absolutbeloppet för det relativa modellfelet ges av

$$| \Delta G(i\omega) |= \sqrt{2 - 2\cos\phi(\omega)}$$

(4p)

(d) Verifiera att resultatet i uppgift 5c ger att stabiliteten hos det återkopplade systemet, då $F(s)$ används för att styra $G^0(s)$, kan garanteras då

$$| G_c(i\omega) |< \frac{1}{2}$$

för alla ω. Vad blir felkoefficienten e_0 om detta krav uppfylls? (2p)