

# TENTAMEN I TSRT19 REGLERTEKNIK

SAL: TER2,TER3,TERE

TID: 2015-10-23 kl. 14:00-19:00

KURS: TSRT19 Reglerteknik

PROVKOD: TEN1

INSTITUTION: ISY

ANTAL UPPGIFTER: 5

ANSVARIG LÄRARE: Svante Gunnarsson, tel. 013-281747,070-3994847

BESÖKER SALEN: cirka kl. 15:00, 16:00 och 17:00

KURSADMINISTRATÖR: Ninna Stensgård, 013-282225,  
ninna.stensgard@liu.se

TILLÅTNA HJÄLPMEDEL:

1. *T. Glad & L. Ljung*: "Reglerteknik. Grundläggande teori"
2. Tabeller och formelsamlingar, t.ex.:
  - L. Råde & B. Westergren*: "Mathematics handbook",
  - C. Nordling & J. Österman*: "Physics handbook",
  - S. Söderkvist*: "Formler & tabeller"
3. Miniräknare utan färdiga program  
Normala inläsningsanteckningar får finnas i böckerna.

LÖSNINGSFÖRSLAG: Finns på kursens websida efter skrivningens slut.

VISNING av tentan äger rum 2015-11-24, kl. 12.30–13.00 i Ljungeln, B-  
huset, ingång 27, A-korridoren till höger.

PRELIMINÄRA BETYGSGRÄNSER:   betyg 3   23 poäng  
  betyg 4   33 poäng  
  betyg 5   43 poäng

OBS! Lösningar till samtliga uppgifter ska presenteras så att alla steg (utom triviala beräkningar) kan följas. Bristande motiveringar ger poängavdrag.

Lycka till!

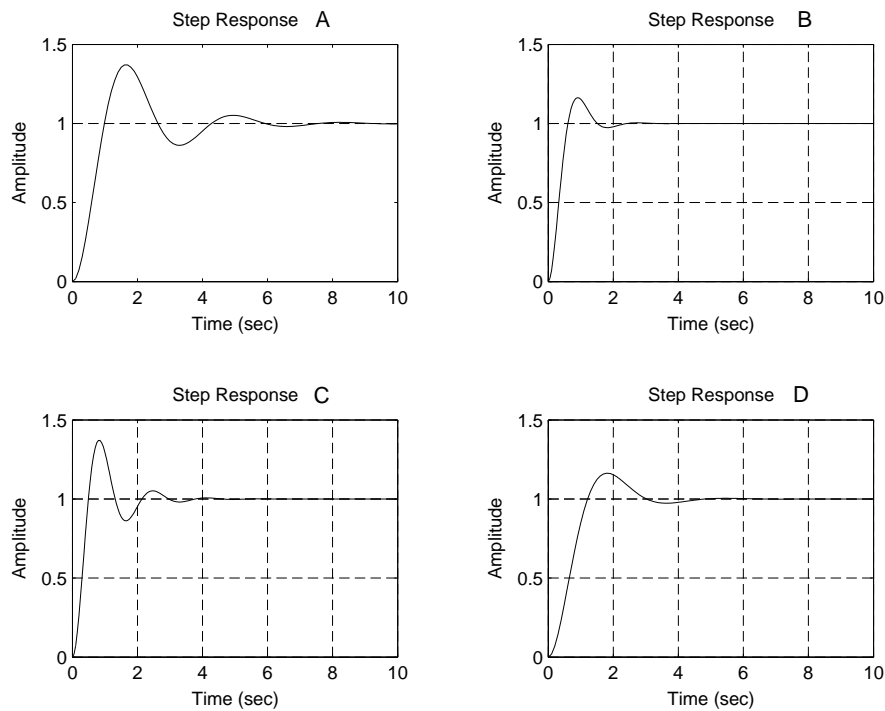
1. (a) Figuren nedan visar stegsvar från ett mekaniskt system med överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0s + \omega_0^2}$$

för följande kombinationer av värden.

- (i)  $\omega_0 = 4, \zeta = 0.5$     (ii)  $\omega_0 = 4, \zeta = 0.3$   
 (iii)  $\omega_0 = 2, \zeta = 0.5$     (iv)  $\omega_0 = 2, \zeta = 0.3$

Kombinera dessa värden med figurerna. (4p)

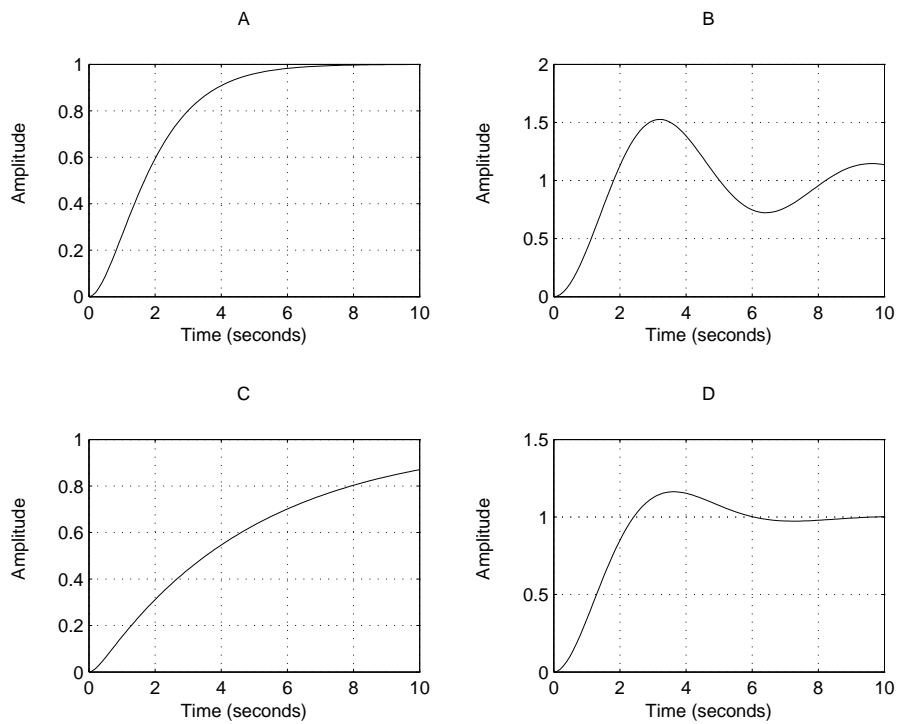


Figur 1: Stegsvär till uppgift 1a.

(b) Betrakta system på formen

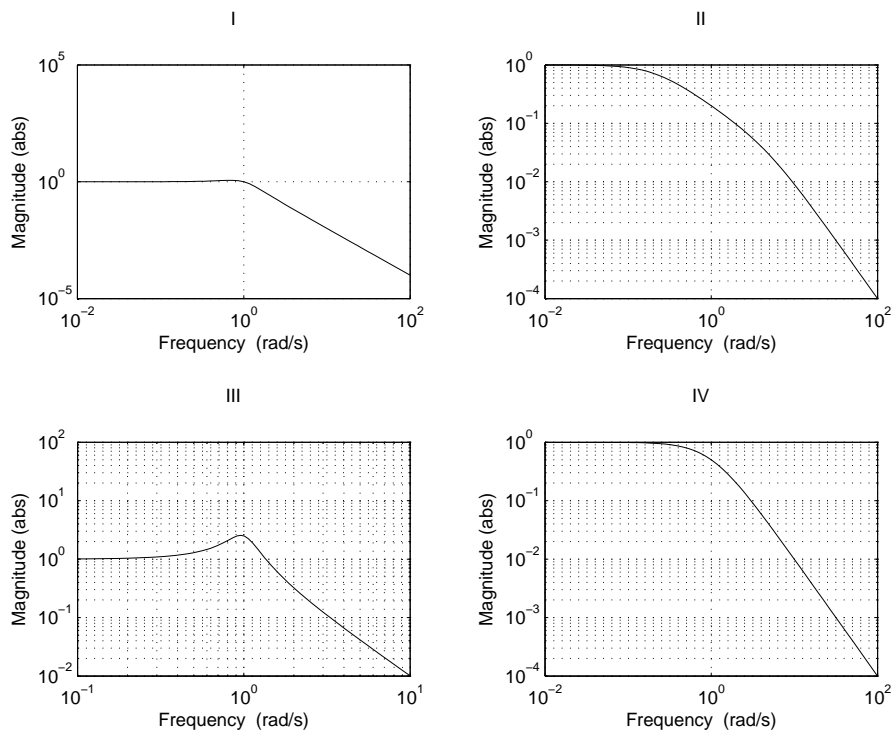
$$Y(s) = G(s)U(s)$$

för fyra olika exempel på överföringsfunktionen  $G(s)$ . Figureorna nedan visar stegsvaret respektive amplitudkurvan för respektive system. Kombinera stegsvaren med amplitudkurvorna.



Figur 2: Stegsvär till uppgift 1b.

(4p)



Figur 3: Amplitudkurvor till uppgift 1b.

(c) Ett system ges av tillståndsmodellen

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u(t) \quad y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x(t)$$

Ange systemets statiska förstärkning. (2p)

2. Ett system beskrivs med modellen

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där

$$G(s) = \frac{k_0}{(T \cdot s + 1)^2}$$

stys med återkopplingen

$$U(s) = F(s)(R(s) - Y(s))$$

där  $F(s)$  består av en lag-kompensering tillsammans med en förstärkning, d v s

$$F(s) = K \frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s + \gamma}$$

- (a) Ange känslighetsfunktionen för reglersystemet samt känslighetsfunktionens statiska förstärkning. (4p)
- (b) Antag att man, för att få tillräckligt små stationära fel, kräver att känslighetsfunktionens statiska förstärkning ska vara mindre än  $\epsilon$ . Vilket krav ger det för koefficienterna i återkopplingen  $F(s)$ ? (2p)
- (c) Betrakta åter modellen och återkopplingen ovan. Bestäm det återkopplade systemets karakteristiska ekvation. (2p)
- (d) Antag att  $k_0 = 1, T = 0.5, \gamma = 0$  samt  $\tau_I = 1$ . Var är den karakteristiska ekvationens rötter för  $K = 0$  (startpunkter), och vad händer med rötterna när  $K$  blir väldigt stort? (2p)

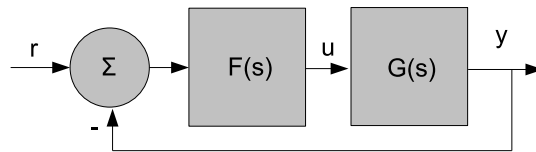
3. Ett system för styrning av mekanisk rörelse beskrivs av sambandet

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där

$$G(s) = \frac{10}{s(1 + 0.05s)(1 + 0.025s)}$$

där  $u$  betecknar spänning och  $y$  betecknar position. Systemets Bodediagram visas i figurerna 5 och 6. Systemet skall styras med återkoppling enligt figur 4 nedan.



Figur 4: Reglersystem

- (a) Först testas en proportionell återkoppling med förstärkning ett, d v s

$$U(s) = F(s)(R(s) - Y(s))$$

där  $F(s) = 1$ . Ange vilken skärfrekvens och fasmarginal man får med denna återkoppling? (2p)

- (b) Återkopplingen i a) ger att det återkopplade systemets stegsvar har acceptabelt stor översläng, men stigtiden är för lång. Bestäm nu en annan återkoppling på formen

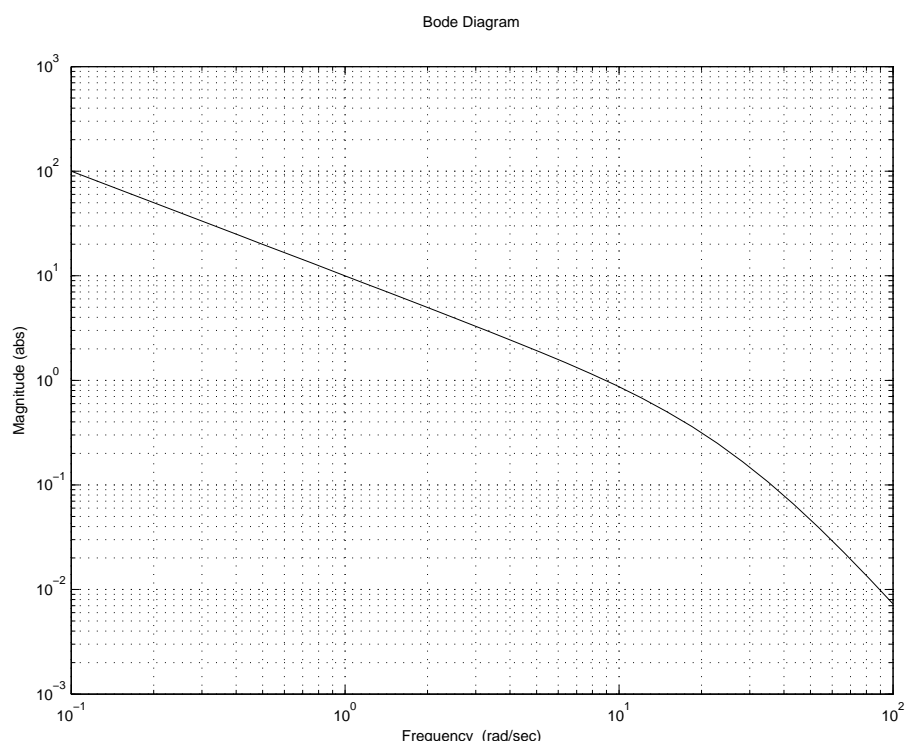
$$U(s) = F(s)(R(s) - Y(s))$$

sådan att det återkopplade systemet uppfyller följande krav:

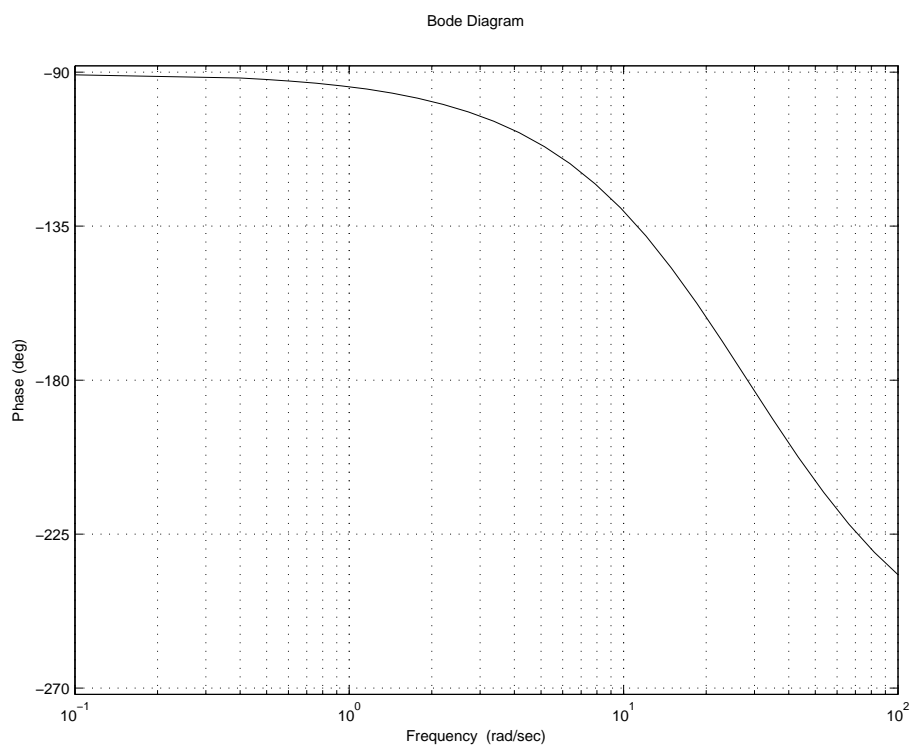
- Det återkopplade systemet ska vara dubbelt så snabbt jämfört med vad som erhöles i uppgift a).
- Överslängen ska inte vara större än vad som erhöles i a).
- När referenssignalen är ett enhetssteg ska reglerfelet i stationärt tillstånd uppfylla kravet  $|e(t)| < 0.001$ , d v s  $e_0 < 0.001$ .
- När referenssignalen är en enhetsramp ska reglerfelet i stationärt tillstånd uppfylla kravet  $|e(t)| < 0.01$ , d v s  $e_1 < 0.01$ .

(6p)

- (c) Använd diagrammen på sid 104 i boken (samma diagram som användes vid Lab 2) för att göra en uppskattning av vilken stigtid och översläng som fås för det återkopplade systemet med den återkoppling som beräknades i b). (2p)



Figur 5: Amplitudkurva för  $G(i\omega)$  i uppgift 3



Figur 6: Argumentkurva för  $G(i\omega)$  i uppgift 3



4. Rörelsen hos en robotarm kan förenklat beskrivas av ekvationen

$$J\ddot{y}(t) = -f\dot{y}(t) + u(t)$$

där  $J$  är tröghetsmomentet och  $f$  är friktionskoefficienten.

(a) Inför tillståndsvariablerna  $x_1 = y$  och  $x_2 = \dot{y}$  och ställ upp systemet på tillståndsform. (2p)

(b) Sätt  $J = 1$  och  $f = 1$ . Bestäm en tillståndsåterkoppling på formen

$$u(t) = -Lx(t) + r(t)$$

sådan att det återkopplade systemets poler placeras i  $-\mu$ . (3p)

(c) Bestäm det återkopplade systemets överföringsfunktion då återkopplingen i b) används. (3p)

(d) Ange ett ungefärligt värde på det återkopplade systemets stigtid om  $\mu$  väljs till 2.7. (2p)

5. Emma och Ivar åker söderut på Autobahn i sin Mercedes-AMG för att tillbringa en skidvecka i Alperna. Medan Bruce Springsteens "Thunder Road" hörs från bilens ljudanläggning funderar de över funktionen och robustheten hos bilens farthållare. Sambandet mellan gaspådrag och hastighet kan förenklat (bl a linjäriserat) beskrivas med sambandet

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

där

$$G(s) = \frac{1}{m \cdot s + c}$$

där  $m$  är massan och  $c$  beror av bilens luftmotstånd. Vi antar här för enkelhets skull att båda koefficienterna är ett, d v s vi antar att systemet kan beskrivas med modellen

$$G(s) = \frac{1}{s + 1}$$

I verkligheten varierar dock bilens massa beroende på antalet passagerare, mängden bagage och bränsle. Antag därför att det verkliga systemet beskrivs av

$$G^0(s) = \frac{1}{(1 + \delta)s + 1}$$

där  $\delta$  representerar avvikelser i massa jämfört med modellen  $G(s)$ , och  $\delta = 0$  motsvarar bil utan passagerare m m.

- (a) Verifiera att det relativa modellfelet ges av

$$\Delta G(s) = \frac{-\delta s}{(1 + \delta)s + 1}$$

(2p)

- (b) Antag att bilens farthållare, som är av PI-typ, beräknats utgående från modellen  $G(s)$  och ges av

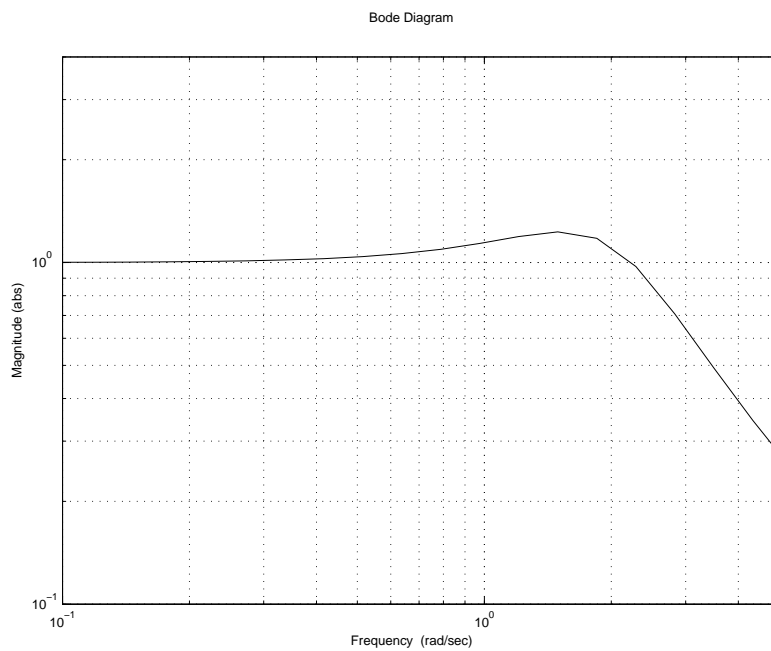
$$F(s) = 1 + 4 \cdot \frac{1}{s}$$

Detta ger ett återkopplat system, vars absolutbelopp  $|G_c(i\omega)|$  visas i figuren på nästa sida. Gör en principiell skiss av absolutbeloppet av inversen av det relativa modellfelet i det bifogade diagrammet. (Tag loss sidan och bifoga till dina lösningar.) Antag att avvikelser i massa som högst är 50 procent, d v s  $0 < \delta < 0.5$ . Har Emma och Ivar någon anledning att vara oroliga över stabiliteten hos farthållaren?

(4p)

- (c) Antag (hypotetiskt) att massan skulle kunna ändras ännu mera än vad som antogs i uppgift b). Ange det återkopplade systemets karakteristiska ekvation för allmänt  $\delta$ . Verifiera att det återkopplade systemet alltid är stabilt för positiva  $\delta$ .

(4p)



Figur 7:  $|G_C(i\omega)|$  till uppgift 5.