TENTAMEN I REGLERTEKNIK TSRT12

SAL: Hemtentamen

TID: 24 mars 2020, klockan 8 - 13

KURS: TSRT12, Reglerteknik

PROVKOD: TEN1

INSTITUTION: ISY

ANTAL UPPGIFTER: 11 (numrerade 1-12)

ANTAL SIDOR PÅ TENTAMEN (INKLUSIVE FÖRSÄTTSBLAD): 11

ANSVARIG LÄRARE: Daniel Axehill, tel 013-284042, 0708-783670, e-post: daniel.axehill@liu.se. Tillgänglig på Teams, telefon och e-post.

BESÖKER SALEN: Kan nås enl. ovan under hela skrivtiden.

KURSADMINISTRATÖR: Ninna Stensgård, tel 013-282225, ninna.stensgard@liu.se

TILLÅTNA HJÄLPMEDEL: Alla som inte innebär någon form av kommunikation med andra deltagare eller utomstående. De lösningar som lämnas in ska enbart basera sig på handräkningar eller miniräknare. En lösningsgång som baseras på hjälpmedel som normalt sett inte är tillåtna kommer inte att ge poäng.

(*Normalt sett* tillåtna hjälpmedel: Läroboken Glad-Ljung: ”Reglerteknik, grundläggande teori” med normala inläsningsanteckningar, Kompletterande kompendium: Martin Enqvist: ”En introduktion till lärande reglering - Förstärkningsinlärning eller hur man tar fram en optimaltillståndsåterkoppling utan en modell av systemet”. tabeller, formelsamling, räknedosa (ej dator, telefon, surfplatta, osv.) utan färdiga program.)

LÖSNINGSFÖRSLAG: Anslås efter tentamen på kursens hemsida.

VISNING av tentan enligt senare e-mail

PRELIMINÄRA BETYGSGRÄNSER (kan komma att ändras):		
	betyg 3	25 poäng
	betyg 4	35 poäng
	betyg 5	45 poäng

OBS! Lösningar till samtliga uppgifter ska presenteras och bifogas tentan i Lisam så att alla steg (utom triviala beräkningar) kan följas. Bristande motiveringar ger poängavdrag.

Lycka till!

1. Para ihop följande reglertekniska uppgifter (A-D) och verktyg (I-IV). (4p)

   A Skatta en tillståndsvektor givet mätningar från processen.

   B Gör en optimal avvägning mellan reglerfel och styrsignalstorlek.

   C Eliminera ett statiskt reglerfel.

   D Återkoppla från ett skattat framtida reglerfel.

   I Deriverande del.

   II Observatör.

   III LQ-reglering.

   IV Integrerande reglering.

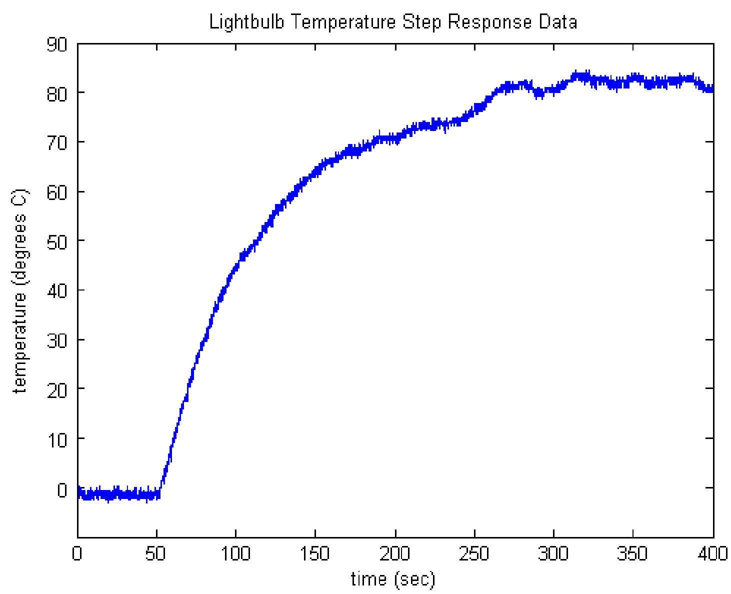
2. Ett experiment genomförs där en glödlampa slås på (från 0 V till 220 V, dvs ett steg) vid tidpunkten $t = 50\,\mathrm{s}$. Temperaturen $y(t)$ på glödlampans yta uppmäts, se Figur 1, och man antar att man kan beskriva sambandet mellan pålagd spänning $u(t)$ och temperatur $y(t)$ som ett första ordningens system,

$$T\dot{y}(t) + y(t) = Ku(t)$$

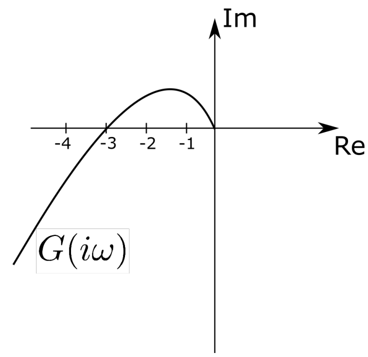
dvs

$$Y(s) = \frac{K}{sT+1}U(s)$$

Baserat på experimentet, vad är ett rimligt värde på tidskonstanten T? (1p)



Figur 1: Temperatur på glödlampa då den slås på vid $t = 50\,\mathrm{s}$



Figur 2: Nyquistkurva uppgift 5

3. En självutnämnd superhackare har hackat sin Tesla-bil och utvecklar en egen farthållare. När vi studerar den skrivna koden ser vi följande kod som anropas 100 ggr i sekunden

```
wantedSpeed = getvalueFromAutoPilotReference;
currentSpeed = getvalueFromSpeedsensor;
if notEqual(wantedSpeed,currentSpeed)
    % Super cool new algorithm
    motorEffect = motorEffect + 0.01*(wantedSpeed−currentSpeed)
end
```

   Vad är detta egentligen? (1p)

4. Ett system beskrivs på tillståndsform med modellen

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t), \quad y(t) = \begin{bmatrix} 2 & -1 \end{bmatrix} x(t)$$

   Ange modellens poler och nollställen. Enbart enkla poler och nollställen förekommer (d.v.s. det finns inget behov av att t.ex. kunna mata in att det finns två poler i origo). (3p)

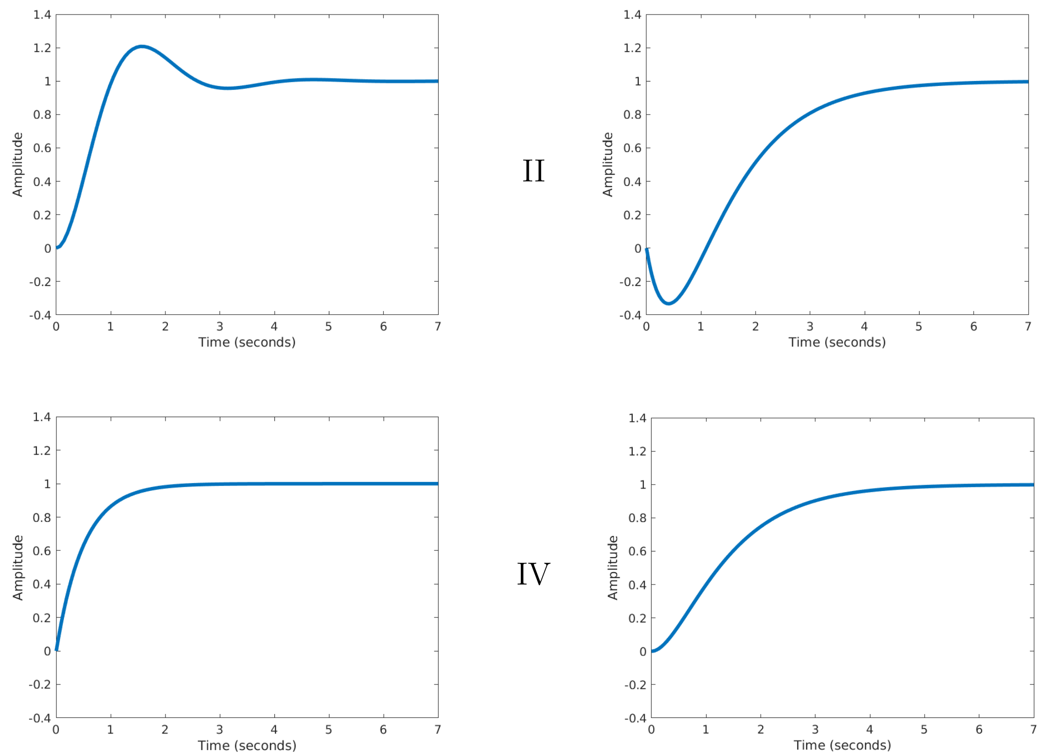
5. Ett system som saknar poler i höger halvplan har nyquistkurvan given av Figur 2. Vilket är det största K-värde man får ett stabilt slutet system om det regleras med en P-regulator $u = K(r - y)$? (1p)

6. Para ihop rätt system A–D med rätt stegsvar I–IV i Figur 3. (4p)

$$G_A(s) = \frac{2(1-s)}{(s+1)(s+2)} \qquad G_B(s) = \frac{2}{(s+1)(s+2)}$$

$$G_C(s) = \frac{2(s+1)}{(s+1)(s+2)} \qquad G_D(s) = \frac{5}{(s+1+2i)(s+1-2i)}$$

I II III IV



Figur 3: Stegsvar för systemen i uppgift 6

7. Ett system som ges av

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

styrs med hjälp en regulator som minimerar kriteriet

$$\int_0^\infty x^T(t)Qx(t) + Ru^2(t)$$

Man har varierat Q och R enligt följande:

i. $\quad Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad R = 1$

ii. $\quad Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix} \qquad R = 1$

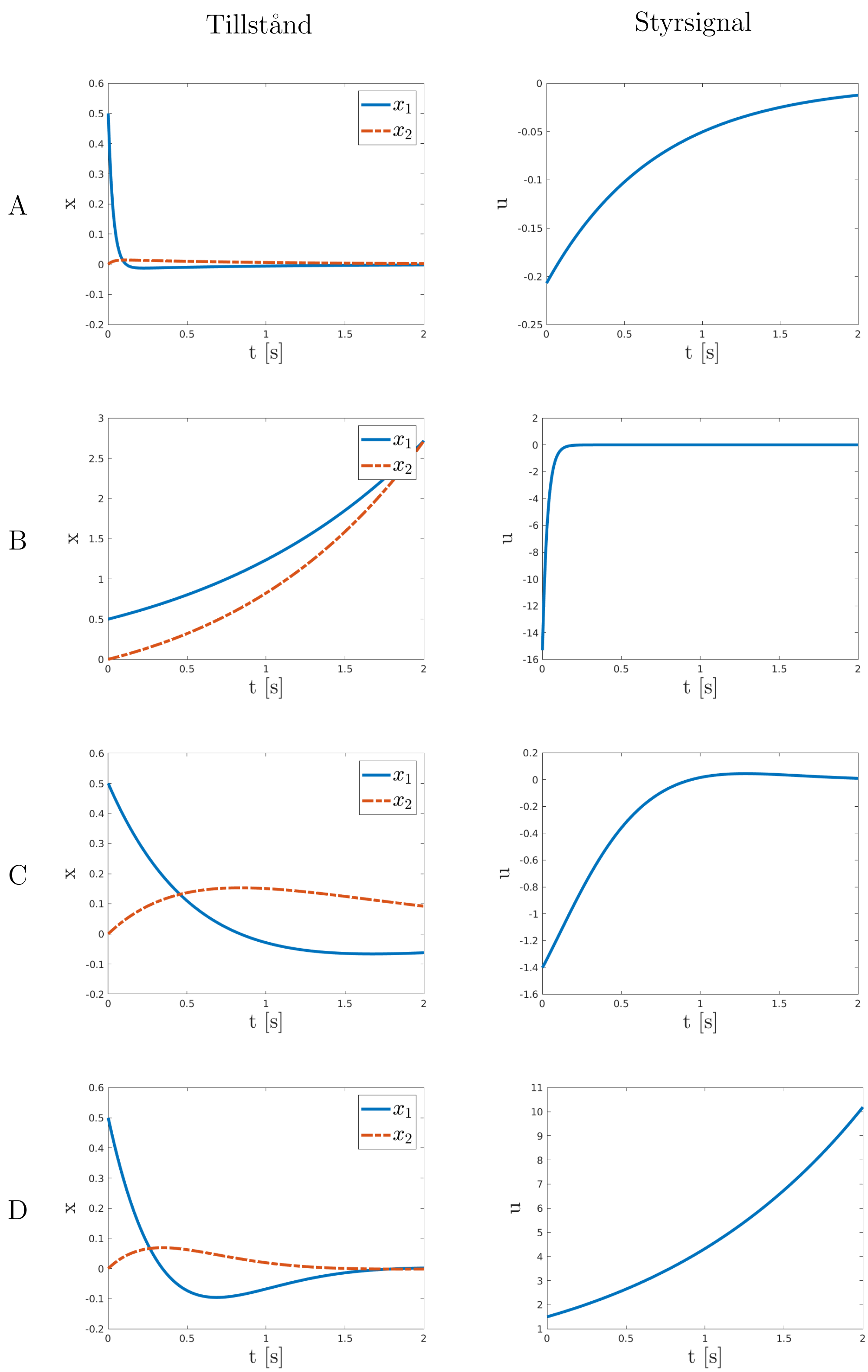
iii. $\quad Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad R = 0.001$

Systemet initieras i $x_0 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \end{bmatrix}^T$. Para ihop i–iii med rätt tillståndsgraf och styrsignal i Figur 4. Notera att det finns 1 st tillståndsplott resp. 1 st styrsignalplott för mycket, som därför inte kommer att kunna matchas med i-iii. (6p)

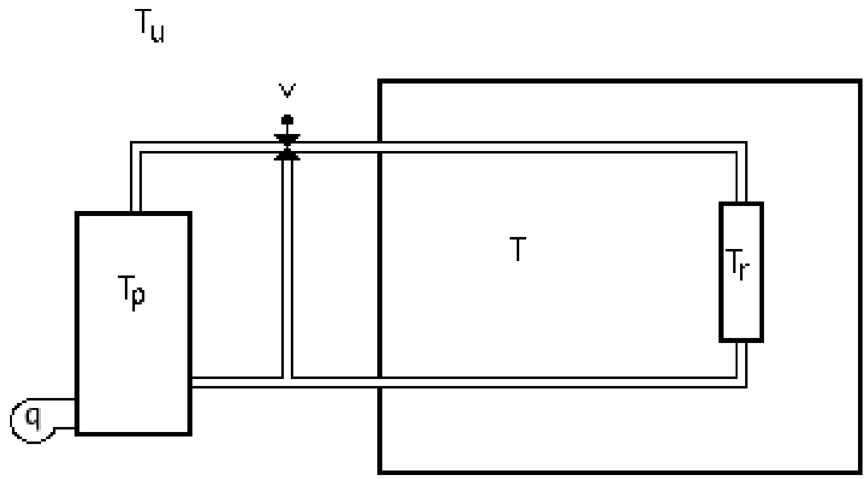
8. Antag att man använder förstärkningsinlärning på ett första ordningens system (med ett skalärt tillstånd x_k och en skalär insignal u_k) och man i ett visst iterationssteg har skattat Q-funktionen

$$Q(x_k, u_k) = 0.64x_k^2 + 1.13x_k u_k + 4.27u_k^2$$

Vad blir det numeriska värdet på L_{ny} i tillståndsåterkopplingen $u_k = -L_{ny}x_k$ i nästa iterationssteg? (3p)



Figur 4: Tillstånd och styrsignal för uppgift 7



Figur 5: Skiss av systemet för vattenburen uppvärmning av ett hus.

10. Figur 5 visar en principiell skiss av hur vattenburen uppvärmning av ett hus går till. Värmepannan, vars temperatur beskrivs av T_p, tillförs en effekt q via en brännare eller ett elektriskt element. Denna effekt brukar bero främst på utomhustemperaturen, T_u, via en framkoppling. Vattnet från pannan leds sedan ut till radiatorerna via en s.k. shuntventil som blandar pannvattnet med vatten från radiatorerna. Ventilens läge, $0 \leq v \leq 1$, avgör hur denna blandning ser ut. Beroende på blandningen så får radiatorerna en viss temperatur T_r som sedan direkt leder till någon inomhustemperatur T.
Uppvärmningen kan beskrivas av följande differentialekvationer:

$$\frac{dT}{dt} = -0.2T + 0.1T_r + 0.1T_u \tag{1a}$$

$$\frac{dT_r}{dt} = T - (1+v)T_r + vT_p \tag{1b}$$

$$\frac{dT_p}{dt} = vT_r - vT_p + q \tag{1c}$$

(a) Visa att om (1) linjäriseras kring den stationära punkt som ges av $T_u^0 = 0$, $q^0 = 20$ och $v^0 = 0.5$, så fås

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} -0.2 & 0.1 & 0 \\ 1 & -1.5 & 0.5 \\ 0 & 0.5 & -0.5 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 40 \\ -40 \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_2 + \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} w, \tag{2}$$

där $x = \begin{bmatrix} \Delta T & \Delta T_r & \Delta T_p \end{bmatrix}^T$, $u_1 = \Delta v$, $u_2 = \Delta q$, $w = \Delta T_u$ och $\Delta T = T - T^0$ o.s.v. (5p)

(b) För att få ett mer lätthanterligt problem kan man försumma dynamiken i radiatorerna genom att den andra raden i tillståndsekvation (2) ersätts med

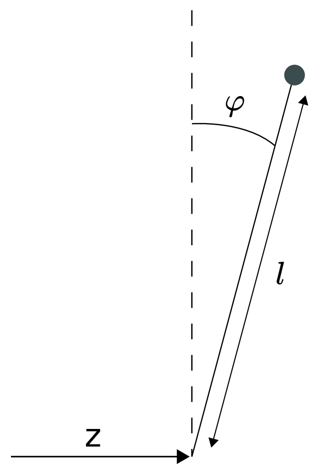
$$0 = \begin{bmatrix} 1 & -1.5 & 0.5 \end{bmatrix} x + 40u_1 + 0u_2 + 0w$$

Visa att detta resulterar i

$$\frac{dz}{dt} = \begin{bmatrix} -2/15 & 1/30 \\ 1/3 & -1/3 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 8/3 \\ -80/3 \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_2 + \begin{bmatrix} 1/10 \\ 0 \end{bmatrix} w$$

där $z = \begin{bmatrix} \Delta T & \Delta T_p \end{bmatrix}^T$. (5p)

11. Betrakta en förenklad variant av den inverterade pendel som studerades i laboration 3 i kursen.



Figur 6: Inverterad pendel.

Pendeln beskrivs av ekvationen

$$\ddot{z}\cos(\varphi) + \ddot{\varphi}l = g\sin(\varphi)$$

där $\ddot{z}$ är accelerationen i stavens nedre ände. Denna ekvation kan linjäriseras runt $\varphi = 0$ till

$$\ddot{z} + \ddot{\varphi}l = g\varphi$$

(a) Betrakta accelerationen $\ddot{z}$ som styrsignal och skriv på tillståndsform. (3p)

(b) Antag $l = g = 1$ och att pendeln ska styras med tillståndsåterkopplingen

$$u(t) = -\alpha Lx(t) + r(t)$$

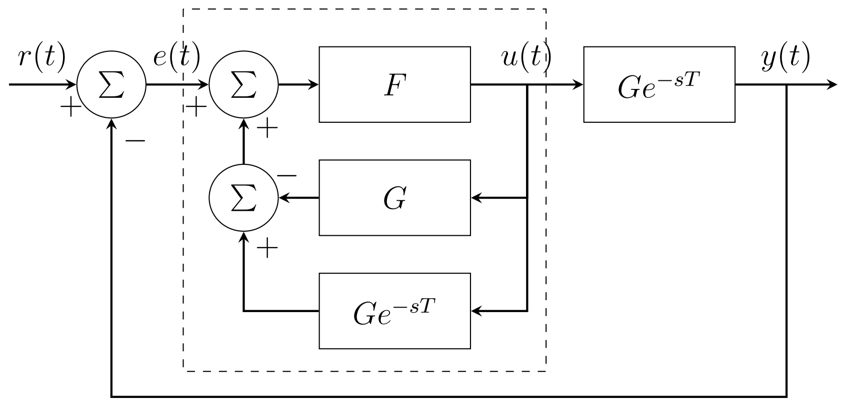
där α är en konstant. Ange det återkopplade systemets karakteristiska ekvation. (2p)

(c) Antag $\alpha = 1$. Bestäm återkopplingsvektorn L så att det återkopplade systemets poler placeras i -1. (3p)

(d) Antag nu att det finns vissa osäkerheter i den komponent som ska generera styrsignalen (accelerationen). Återkopplingen beskrivs därför av

$$u(t) = -\alpha Lx(t) + r(t)$$

där $\alpha \neq 1$. För vilka α får man ett asymptotiskt stabilt återkopplat system med den återkopplingsvektor som bestämdes i uppgift c)? Man kan förutsätta att $\alpha > 0$. (2p)



Figur 7: Slutet system med Smith-regulator. Smith-regulatorn utgörs av blocken innanför de streckade linjerna.

12. För att reglera system med tidsfördröjningar kan en regulator av typen Smith-regulator användas. Blockschemat ges av

    (a) Härled överföringsfunktionen för själva regulatorn innanför det streckade blocket, med insignal $e(t)$ och utsignal $u(t)$. Alla steg i räkningarna ska framgå. (2p)

    (b) Härled överföringsfunktionen för det slutna systemet, d.v.s från r till y, när en Smith-regulator används. Alla steg i räkningarna ska framgå och slutresultatet ska anges i de överföringsfunktioner som finns i blockschemat ovan (d.v.s. ev. hjälpvariabler som ni inför ska inte finnas med i slutresultatet). (3p)

    (c) Rita om blockschemat i figur 7 genom att, på korrekt ställe, införa den signal $v(t)$ som representerar den störning på utsignalen som används i definitionen av känslighetsfunktionen $S(s)$. (2p)

    (d) Härled överföringsfunktionen $S(s)$ för känslighetsfunktionen, förslagsvis utgående från blockschemat i föregående deluppgift, när en Smith-regulator används. Alla steg i räkningarna ska framgå och slutresultatet ska anges i de överföringsfunktioner som finns i blockschemat ovan (d.v.s. ev. hjälpvariabler som ni inför ska inte finnas med i slutresultatet). (3p)

Lösningar till tentamen i Reglerteknik (TSRT12)

Tentamensdatum: 24 mars 2020

1. Ihopparningen (uppgift–verktyg) ges av

   A–II B–III C–IV D–I

2. Tidskonstanten avläser vi som tiden det tar att uppnå 63% av slutvärdet, vilket verkar vara kring 110 s. Dock vet vi att insignalen börjar vid $t_0 = 50$ s och således blir tidskonstanten $T = 110 - 50 = 60$ s.

3. Koden implementerar en tidsdiskret I-regulator. Notera variabeln motorEffect som blir ett tillstånd som är tidsintegralen av reglerfelet.

4. Överföringsfunktionen ges direkt av

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B = \frac{-s+1}{(s+1)(s+2)}$$

   och polerna är alltså i -1, -2 och nollstället i 1.

5. Nyquistkurvan skär reella axeln vid -3. Det största K för vilket detta system är stabilt är alltså $K = 1/3$. (Strikt stabilt så bör K vara mindre än detta värde).

6. Svaren ges som (system, stegsvar), t.ex. (A,II).
   (D, I)
   System D är det enda system med komplexa poler → översläng i stegsvaret, alltså stegsvar I.
   (A, II)
   System A är ett icke-minfassystem och kommer alltså initialt att gå åt fel håll", vilket motsvarar stegsvar II.
   (B,IV)
   System B är väldigt likt system C så när som på ett nollställe. Detta nollställe påverkar högfrekvenskaraktäristiken (högfrekvensasymptoten får lutning -1 istället för -2) och leder till utseendet i stegsvar III. Alltså paras system B ihop med stegsvar IV.
   (C,III)
   Se ovan.

7. Svaren ges som (QR, Tillstånd, Styrsignal), t.ex. (i, A, B). Vi kan omedelbart förkasta tillståndgraf B samt styrsignalgraf D då dessa tillhör ett instabilt slutet system.
   (iii, A, B)
   Enklast är att börja med systemet som straffar styrsignalen väldigt lågt, iii. Detta leder till en stor styrsignal som vi ser i styrsignalgraf B. Stor styrsignal leder här till ett snabbt system, alltså tillståndsgraf A.
   (ii, D, C)
   Tittar vi på skillnaden mellan i och ii så ser vi att vi i system ii straffar tillståndet x_2 högt och denna kommer alltså drivas snabbare till 0 än för system i. De två kvarvarande tillståndsgraferna är C och D. I graf D drivs x_2 till 0 snabbare än in graf C, alltså tillhör D system ii. Ration mellan Q och R är större i system ii och vi kommer alltså att få en större styrsignal, vilket motsvarar graf C.
   (i, C, A)
   Se föregående motivering.

8. Se ekvationer (13) och (14) i RL-kompendiet. S-matrisen ges av

$$S = \begin{bmatrix} 0.64 & 1.13/2 \\ 1.13/2 & 4.27 \end{bmatrix}$$

   Den optimala återkopplingen ges sen av

$$u_k = -S_{uu}^{-1} S_{ux} x_k$$

   d.v.s. $L_{ny} = 1.13/(2 \cdot 4.27) = 0.132$.

10. (a) Den stationära punkten fås genom att lösa

$$0 = \begin{pmatrix} -0.2 & 0.1 & 0 \\ 1 & -(1+v^0) & v^0 \\ 0 & v^0 & -v^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T^0 \\ T_r^0 \\ T_p^0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.1T_u^0 \\ 0 \\ q^0 \end{pmatrix}.$$

Man ser att $\begin{pmatrix} T^0 & T_r^0 & T_p^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 & 40 & 80 \end{pmatrix}$ löser ekvationssystemet. Med

$$\begin{aligned} f_1 =& -0.2T + 0.1T_r + 0.1T_u \\ f_2 =& T - (1+v)T_r + vT_p \\ f_3 =& vT_r - vT_p + q \end{aligned}$$

och $\Delta T = T - T^0$ o.s.v. gäller att

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta T}{dt} &\approx \frac{\partial f_1^0}{\partial T}\Delta T + \frac{\partial f_1^0}{\partial T_r}\Delta T_r + \frac{\partial f_1^0}{\partial T_p}\Delta T_p + \frac{\partial f_1^0}{\partial v}\Delta v + \frac{\partial f_1^0}{\partial q}\Delta q; \\ \frac{d\Delta T_r}{dt} &\approx \frac{\partial f_2^0}{\partial T}\Delta T + \frac{\partial f_2^0}{\partial T_r}\Delta T_r + \frac{\partial f_2^0}{\partial T_p}\Delta T_p + \frac{\partial f_2^0}{\partial v}\Delta v + \frac{\partial f_2^0}{\partial q}\Delta q \\ \frac{d\Delta T_p}{dt} &\approx \frac{\partial f_3^0}{\partial T}\Delta T + \frac{\partial f_3^0}{\partial T_r}\Delta T_r + \frac{\partial f_3^0}{\partial T_p}\Delta T_p + \frac{\partial f_3^0}{\partial v}\Delta v + \frac{\partial f_3^0}{\partial q}\Delta q \end{aligned}$$

där $\frac{\partial f_1^0}{\partial T} = \frac{\partial f_1}{\partial T}(T^0, T_r^0, T_p^0, v^0, q^0)$ o.s.v. Genom att räkna ut de partiella derivatorna, sätta in den stationära punkten och slutligen skriva alltsammans på matrisform så har uppgiften visats.

(b) Ur den försummade dynamiken fås genast

$$\Delta T - 1.5\Delta T_r + 0.5\Delta T_p + 40u_1 = 0 \iff \Delta T_r = \frac{2}{3}\Delta T + \frac{1}{3}\Delta T_p + \frac{80}{3}u_1$$

och insättning av ΔT_r i de två andra raderna ger

$$\begin{aligned} \Delta\dot{T} &= -0.2\Delta T + 0.1\Delta T_r + 0.1w \\ &= -0.2\Delta T + 0.1\left(\frac{2}{3}\Delta T + \frac{1}{3}\Delta T_p + \frac{80}{3}u_1\right) + 0.1w \\ &= -\frac{2}{15}\Delta T + \frac{1}{30}\Delta T_p + \frac{8}{3}u_1 + \frac{1}{10}w \\ \Delta\dot{T}_p &= 0.5\Delta T_r - 0.5\Delta T_p - 40u_1 + u_2 \\ &= 0.5\left(\frac{2}{3}\Delta T + \frac{1}{3}\Delta T_p + \frac{80}{3}u_1\right) - 0.5\Delta T_p - 40u_1 + u_2 \\ &= \frac{1}{3}\Delta T - \frac{1}{3}\Delta T_p - \frac{80}{3}u_1 + u_2 \end{aligned}$$

Med $z = \begin{bmatrix} \Delta T & \Delta T_p \end{bmatrix}^T$ får vi att

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} -2/15 & 1/30 \\ 1/3 & -1/3 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 8/3 \\ -80/3 \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_2 + \begin{bmatrix} 1/10 \\ 0 \end{bmatrix} w$$

vilket skulle visas.

11. (a) Ansätt tillstånden

$$\begin{aligned} x_1 &= \varphi \\ x_2 &= \dot{\varphi} \end{aligned}$$

vilket direkt ger ekvationer

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{g}{l}x_1 - \frac{1}{l}\ddot{z} \end{aligned}$$

Detta ger tillståndsbeskrivningen

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ g/l & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ -1/l \end{bmatrix} u$$

med $u = \ddot{z}$.

(b) Med $L = [l_1 \; l_2]$ ges den karakteristiska ekvationen av

$$0 = \det(sI - A + \alpha BL) = \det \begin{pmatrix} s & -1 \\ -1 - \alpha l_1 & s - \alpha l_2 \end{pmatrix} = s^2 - \alpha l_2 s - 1 - \alpha l_1.$$

(c) Med $\alpha = 1$ fås karakteristiska ekvationen $0 = s^2 - l_2 s - 1 - l_1$ som för poler i -1 önskas vara $0 = (s+1)^2 = s^2 + 2s + 1$. Identifiering ger $L = [-2 \;\; -2]$.

(d) Det återkopplade systemet är asymptotiskt stabilt omm dess poler, givna av karakteristiska ekvationen ($0 = s^2 - \alpha l_2 s - 1 - \alpha l_1$), ligger i vhp. För ett andra ordningens polynom är detta ekvivalent med att alla koefficienter är positiva. Vi får således kravet att $-1 - \alpha l_1 > 0$. För den valda återkopplingen erhålls alltså stabilitet så länge som $\alpha > 1/2$.

12. (a) Från blockschemat följer att

$$U = FE + F(Ge^{-sT} - G)U \Leftrightarrow (1 + FG - FGe^{-sT})U = FE$$
$$U = \frac{F}{1 + FG(1 - e^{-sT})} E$$

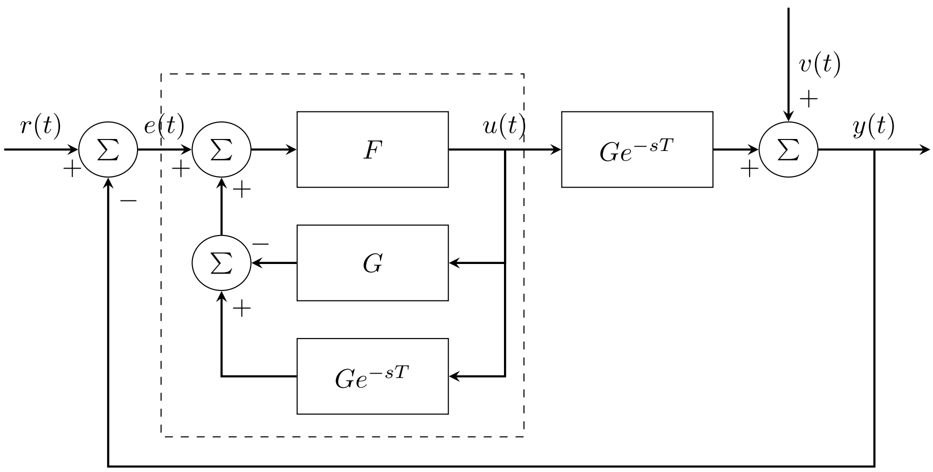
(b) Det kan nu vara förenklande att temporärt införa ett block F_s för det streckade blocket i blockschemat. Det slutna systemets överföringsfunktion härleds nu genom

$$Y = GF_s e^{-sT}(R - Y) \Leftrightarrow (1 + GF_s e^{-sT})Y = GF_s e^{-sT} R \Leftrightarrow Y = \frac{GF_s e^{-sT}}{1 + GF_s e^{-sT}} R$$

vilket med uttrycket för F_s insatt och förenklat (i en motiverad lösning ska denna förenkling kunna följas) blir

$$Y = \frac{FG}{1 + FG} e^{-sT} R$$

(c) Se Figur 1.



Figur 1: Smith-prediktor med störning

(d) Om vi temporärt inför beteckningen F_s för Smith-regulatorn ger standardräkningar

$$Y = V + GF(R - Y) \Leftrightarrow (1 + GF)Y = GFR + V$$
$$Y = \frac{GF}{1 + GF} R + \frac{1}{1 + GF} V$$

Sätter vi in uttrycket från a, får vi slutligen följande uttryck för känslighetsfunktionen

$$S(s) = \frac{1 + FG(1 - e^{-sT})}{1 + FG}$$