LINKÖPINGS UNIVERSITET

Tentamen i TSKS10 Signaler, information och kommunikation

Provkod:	TEN1
Tid:	2015-06-01 **Kl:** 14:00–19:00
Lokal:	KÅRA, U1, U3, U4
Lärare:	Mikael Olofsson, tel: 281343
Besöker salen:	15 och 17
Administratör:	Carina Lindström, 013-284423, carina.e.lindstrom@liu.se
Institution:	ISY
Hjälpmedel:	På del 1 tillåts inga hjälpmedel. På del 2 får följande användas: Erik G. Larsson, *Signals, Information and Communications.* Errata till 2014 års upplaga av ovanstående. TSKS10 – Liten ordlista. Mikael Olofsson, *Tables and Formulas for Signal Theory.* Sune Söderkvist, *Formler & Tabeller.* Råde/Westergren, *Mathematics Handbook for Science and Engineers* (Beta). Physics Handbook Formelsamling Fourieranalys Lasse Alfredsson, *Formelsamling för Signaler & System.*
Antal uppgifter:	7
Bedömning:	Denna tentamen består av två delar. Del 1 består av frågor och lämnas in innan del 2 påbörjas. Del 2 består av problem som ska lösas. Del 1 ger maximalt 15 poäng och del 2 ger maximalt 35 poäng. Total maxpoäng är alltså 50 poäng. Betygsgränser: • Betyg tre: 25 poäng, • Betyg fyra: 37 poäng, • Betyg fem: 44 poäng. Slarviga och svårlästa lösningar bedöms hårt, orimliga svar likaså.
Lösningar:	Publiceras senast tre dagar efter tentamen på adress http://www.commsys.isy.liu.se/TSKS10
Resultat:	Tentamensresultat, inklusive skrivningspoäng, meddelas via det automatiska Ladok-utskicket du erhåller via e-post. Detta skickas ut till alla tenterande som är registrerade på kursen, när tentaresultat förts in i Ladok, vanligen runt 12 arbetsdagar efter tentamen.
Tentavisning:	2015-06-18, 12.15–13.00, hos Mikael Olofsson, hus B, en trappa upp, i korridor A mellan ingångarna 27 och 29. Därefter på ISYs expedition i hus B, korridor D, mellan ingångarna 27 och 29, alldeles invid Cafe Java.

Del 1: Teorifrågor (15 poäng)

Lös först denna del och lämna in den till tentavakten innan du går vidare till del 2. Du får inte ha några hjälpmedel till denna del.

1 Om en signal $x(t)$ trunkeras till ett ändligt intervall $[-T/2, T/2]$, vad händer då med dess spektrum? Förklara med hjälp av figurer. (3 p)

2 Definiera SNR för en signal. Vad är betydelsen av SNR? Vilken nytta har vi av SNR? (3 p)

3 Beskriv och förklara tre huvudsakliga fenomen som spelar in när en radiosignal breder ut sig över en trådlös markbunden radiokanal. (9 p)

Del 2: Problemlösning (35 poäng)

När du har lämnat in del 1 till tentavakten kan du börja på denna del. Här får du använda alla hjälpmedel som listas på försättsbladet.

4 En källkod för ett alfabet av storlek 8, med symbolerna a till h ur alfabetet, använder följande kodord och avbildning. (10 p)

$$
\begin{array}{ll}
\mathrm{a} \rightarrow 00 & \mathrm{e} \rightarrow 111 \\
\mathrm{b} \rightarrow 01 & \mathrm{f} \rightarrow 1100 \\
\mathrm{c} \rightarrow 100 & \mathrm{g} \rightarrow 11010 \\
\mathrm{d} \rightarrow 101 & \mathrm{h} \rightarrow 11011
\end{array}
$$

Symbolerna kommer från en minnesfri källa A med följande sannolikheter.

$$
\begin{array}{ll}
\Pr\{A = \mathrm{a}\} = 1/2, & \Pr\{A = \mathrm{e}\} = 1/32, \\
\Pr\{A = \mathrm{b}\} = 1/4, & \Pr\{A = \mathrm{f}\} = 1/64, \\
\Pr\{A = \mathrm{c}\} = 1/8, & \Pr\{A = \mathrm{g}\} = 1/128, \\
\Pr\{A = \mathrm{d}\} = 1/16, & \Pr\{A = \mathrm{h}\} = 1/128
\end{array}
$$

a. Bestäm entropin för källan. (2 p)

b. Bestäm väntevärdet av kodordslängden. (2 p)

c. Givet kodorden och källan ovan, är detta en bra avbildning av symbolerna på kodorden? Om inte, föreslå en annan avbildning, och visa att den är bättre än den givna avbildningen. (2 p)

d. Är detta en bra kod för denna källa? Om inte, föreslå en annan källkod, och visa att den är bättre än den givna koden. (4 p)

5 Följande kod är avsedd för felrättning. Det är ett exempel på en väldigt kort så kallad terminerad faltningskod, där vi också angivit en avbildning från informationsbitarna till kodorden. (6 p)

Info			Kodord							
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0
0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1
1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1

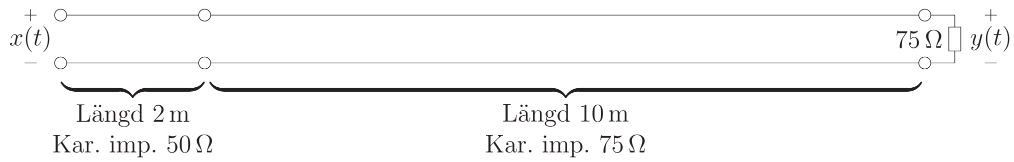
a. Bestäm kodens takt. (1 p)

b. Bestäm kodens förmåga att detektera respektive korrigera fel. (3 p)

c. Föreslå ett enkelt sätt att skapa en kod vars takt är större än takten för denna kod, men som fortfarande har samma storlek och samma förmåga att detektera och korrigera fel. (1 p)

d. Koden används för kommunikation över en binärsymmetrisk kanal med felsannolikhet ε. Ungefär hur ser sannolikheten för fel efter avkodningen ut? Beroendet av ε ska ges i storleksordning. (1 p)

6 En 10 m lång kabel med karakteristisk impedans 75 Ω används för kommunikation av information till en utrustning som är avsedd för just en sådan kabel. På sändarsidan appliceras spänningen $x(t)$. På mottagarsidan observeras spänningen $y(t)$ över en resistans på 75 Ω. Kabeln behövde skarvas och av misstag eller ovetskap så valdes en 2 m lång kabel med karakteristisk impedans 50 Ω för detta. Resultatet beskrivs i figuren nedan. (9 p)

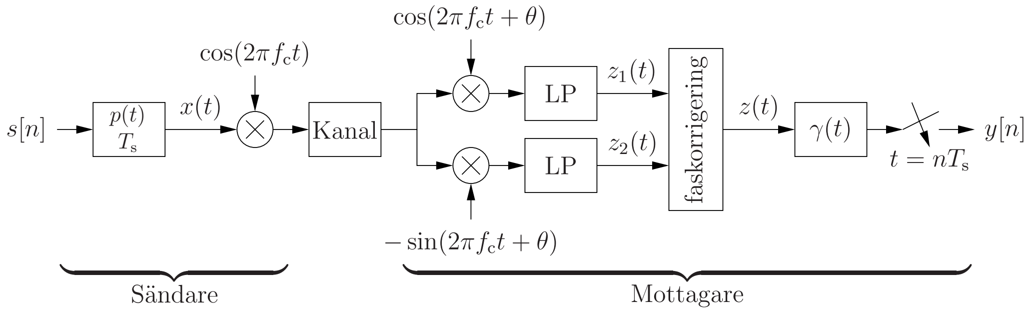


a. Bestäm frekvenssvaret hos systemet ovan. (6 p)

b. Vad skulle frekvenssvaret ha varit om man hade valt rätt sorts kabel att skarva med? (3 p)

Not: Du behövera antagligen införa några beteckningar för att lösa denna uppgift, beteckningar som också behövs i ditt svar. Gör då det med omsorg.

7 Du ingår i en grupp som ska utveckla ett digitalt kommunikationssystem som kommunicerar över en analog kanal. Under ett projektmöte bestämmer ni er för att symbolerna ska skickas med ett system enligt figuren nedan, där LP-filtren kan betraktas som ideala och med en bandbredd som matchar meddelandesignalens bandbredd. (10 p)



Ni har, baserat på mätningar, konstaterat att kanalens utsignal är dess insignal med adderat brus som ni tolkar som termiskt brus, och att ni har ett mycket högt SNR på kanalen. Därför har ni i den här delen av konstruktionsfasen bestämt er för att betrakta kanalen som i princip brusfri. Pulsformen $p(t)$ i sändaren och mottagarfiltrets impulssvar $\gamma(t)$ är valda så att $(p * \gamma)(t)$ uppfyller Nyquistkriteriet för sampelperioden T_s. Ni förväntar er att mottagarens oscillator har ett okänt fasfel θ som måste korrigeras för. Detta fasfel kan förväntas driva långsamt.

Ni delar upp konstruktionsarbetet mellan er och det faller på din lott att konstruera blocket ”faskorrigering”, så att dess utsignal är antingen $x(t)$ eller $-x(t)$. Blocket behöver inte kunna avgöra vilket av dessa två alternativ som råkar gälla. Till nästa möte förväntas du föreslå hur detta block ska fungera. På väg ut från mötet påpekar en erfaren kollega att den brusfria modellen förstås är en förenkling. Det finns ett visst brus på kanalen och i slutänden är vi intresserade av att maximera resulterande SNR.

Denna tentauppgift baseras på ovanstående scenario. Redogör för hur du vill implementera detta block, beskrivet i matematiska termer. För full poäng räcker det inte att bara ge en lösning. Du förväntas också argumentera för din lösning och kommentera i vad mån din lösning kommer att fungera i närvaro av brus. Din lösning ska fungera lika bra oavsett vilket fasfel vi faktiskt har.

Tips: Vad bör gälla mellan $z_1(t)$, $z_2(t)$ och $z(t)$ för $\theta = 0$, $\pi/4$ och $\pi/2$?

Not: Din lösning behöver inte vara optimal i någon relevant mening. Vi har inte i kursen behandlat sådan optimalitet. Istället handlar detta om att visa allmän förståelse för dessa begrepp och ingenjörsmässig fingertoppskänsla. Uppenbara brister i lösningen resulterar i poängavdrag.

Some Handy Formulas

Trigonometric Identities

$$
\begin{aligned}
\cos^2(x)+\sin^2(x) &= 1\\
\sin(x+y) &= \sin(x)\cos(y)+\cos(x)\sin(y)\\
\cos(x+y) &= \cos(x)\cos(y)-\sin(x)\sin(y)\\
\sin(2x) &= 2\sin(x)\cos(x)\\
\cos(2x) &= \cos^2(x)-\sin^2(x) = 1-2\sin^2(x) = 2\cos^2(x)-1\\
\sin(x)\cos(y) &= \frac{1}{2}(\sin(x+y)+\sin(x-y))\\
\sin(x)\sin(y) &= \frac{1}{2}(\cos(x-y)-\cos(x+y))\\
\cos(x)\cos(y) &= \frac{1}{2}(\cos(x+y)+\cos(x-y))
\end{aligned}
$$

Fourier Transform

- Suppose $x(t)$ and $X(f)$ constitute a Fourier transform pair,

$$
\begin{aligned}
X(f) &= \mathscr{F}\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j2\pi ft}\,dt, \quad \text{and}\\
x(t) &= \mathscr{F}^{-1}\{X(f)\} = \int_{-\infty}^{\infty} X(f)e^{j2\pi ft}\,df.
\end{aligned}
$$

Then

$$
\begin{aligned}
\mathscr{F}\{x(-t)\} &= X(-f)\\
\mathscr{F}\{x(at)\} &= \frac{1}{a}X\left(\frac{f}{a}\right), \qquad a>0\\
\mathscr{F}\{x(t-T)\} &= e^{-j2\pi fT}X(f)\\
\mathscr{F}\{x(t)\cos(2\pi f_c t)\} &= \frac{1}{2}(X(f-f_c)+X(f+f_c))\\
\mathscr{F}\{x(t)\sin(2\pi f_c t)\} &= \frac{1}{2j}(X(f-f_c)-X(f+f_c))
\end{aligned}
$$

- If $X_1(f) = \mathscr{F}\{x_1(t)\}$ and $X_2(f) = \mathscr{F}\{x_2(t)\}$ are two Fourier transform pairs, then

$$\begin{aligned}
\mathscr{F}\{(x_1 * x_2)(t)\} &= X_1(f)X_2(f) \\
\mathscr{F}\{x_1(t)x_2(t)\} &= (X_1 * X_2)(f) \\
\int_{-\infty}^{\infty} x_1(t)x_2^*(t)\, dt &= \int_{-\infty}^{\infty} X_1(f)X_2^*(f)\, df
\end{aligned}$$

- Some basic transform pairs:

$$\begin{aligned}
x(t) &= \cos(2\pi f_c t) && \Leftrightarrow \quad X(f) = \frac{1}{2}(\delta(f-f_c)+\delta(f+f_c)) \\
x(t) &= \sin(2\pi f_c t) && \Leftrightarrow \quad X(f) = \frac{1}{2j}(\delta(f-f_c)-\delta(f+f_c)) \\
x(t) &= \operatorname{sinc}(t) && \Leftrightarrow \quad X(f) = \begin{cases} 1, & |f| \le \frac{1}{2} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \\
x(t) &= \begin{cases} 1, & |t| \le \frac{1}{2} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} && \Leftrightarrow \quad X(f) = \operatorname{sinc}(f) \\
x(t) &= e^{-|t|} && \Leftrightarrow \quad X(f) = \frac{2}{1+4\pi^2 f^2} \\
x(t) &= \begin{cases} e^{-t}, & t \ge 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} && \Leftrightarrow \quad X(f) = \frac{1}{1+j2\pi f} \\
x(t) &= \frac{1}{1+t^2} && \Leftrightarrow \quad X(f) = \pi e^{-2\pi|f|}
\end{aligned}$$

Some Useful Numerical Approximations

$2^{1.44} \approx e \approx 2.72$	$2^{1.59} \approx 3$	$2^{2.59} \approx 6$	$2^{6.64} \approx 100$
$e^{2.3} \approx 10$	$\pi^2 \approx 10$	$\sqrt{3} \approx 1.73$	$3^{1/3} \approx 1.44$