| AID-nummer:<br>AID-number: | Datum: 2019-08-24<br>Date: |
|---|---|

# TPPE98 Ekonomisk analys: Ekonomisk teori, Tentamen

Lördagen den 24 augusti 2019, kl 8-13

Sal:

Kurskod: TPPE98
Provkod: TEN2

Ansvariga lärare: Kristoffer Lindblom
0730 940103
Helene Lidestam,
helene.lidestam@liu.se

Lärare besöker salen: Kristoffer Lindblom Ca kl. 10 och 11.30
Kursadministratör: Emma Weinesson
013-28 44 17
emma.weinesson@liu.se

Antal frågor: 7
Antal sidor inkl. försättsblad: 8

| Betygsgränser: | | |
|---|---|---|
| | 3 | 25 |
| | 4 | 33 |
| | 5 | 43 |

## Anvisningar:

- AID nummer ska skrivas på varje blad.
- Du måste lämna in skrivningsomslaget innan du går.
- Ange på skrivningsomslaget hur många sidor du lämnar in.
- Det är viktigt att lösningsmetod och bakomliggande resonemang redovisas fullständigt och tydligt. Enbart slutsvar godtas ej.
- Endast en uppgift ska lösas på varje blad.

## Tillåtna hjälpmedel:

- Valfri räknedosa med tömda minnen, kontroll kan komma att genomföras.
- Svensk-persisk ordbok
- Inga andra hjälpmedel är tillåtna.

## Uppgift 1 (7 poäng)

a) Vad innebär Economies of scope? (1p)

b) Beskriv tre olika slags kontrakt inom kollektivtrafiken! (2p)

c) Vad innebär monopolistisk konkurrens? (1p)

d) Vad utmärker en Cobb-Douglas-funktion? Ge ett exempel på en sådan. (1p)

e) Anta att ett företag har den linjära produktionsfunktionen: $Q = 10K + 15L$, där $K$ är insatt kapital och $L$ är insatt mängd arbetskraft. Priset per enhet kapital är 5 och priset per enhet arbetskraft är 6. Hur ser den optimala kombinationen av insatta produktionsfaktorer ut? (2p)

(10)

## Uppgift 2 (5 poäng)

a) Rita av nedanstående tabell och fyll i huruvida de totala intäkterna minskar, ökar eller är oförändrade. (2p)

(felaktigt svar ger -0,5, dock totalt lägst 0 poäng på uppgiften)

| **Prisändring** | **Priselasticitet** | **Ändring i totala intäkter** |
|---|---|---|
| Minskning | Ep < -1 | |
| Ökning | Ep > -1 | |
| Ökning | Ep = -1 | |
| Minskning | Ep >-1 | |

b) Bosse, som är VD för ett glassföretag, har bett om din hjälp för prissättningen av sina lila pinnglassar. Bosse har fått information från ekonomichefen att de fasta kostnaderna för produktionen av dessa uppkommer till 300 000 kr medan det tillkommer 5 kronor för varje producerad pinnglass. VD Bosse kommer även ihåg att på det senaste styrelsemötet så presenterades en marknadsanalys som beräknade att priselasticiteten på pinnglassarna var -1,5. Avgör med hjälp av Markup-regeln vad VD:n skall sätta för styckpris. (2p)

c) Bosse gratulerar dina bedrifter med hjälp av prissättningen och funderar på att beställa dina tjänster igen till framtida marknadsanalyser. I samband med det så vill dock Bosse veta vad det finns för krav på elasticiteten för att den utnyttjade Markup-regeln ska vara användbar? (1p)

## Uppgift 3 (9 poäng) Seminarieuppgift

Det är lunchmöte idag i din studentförening och du lovade att stå för mjölkdryck till kaffet. Tyvärr glömde du åka förbi livsmedelsaffären imorse och måste nu införskaffa drycken från någon dyr kiosk på campus. Du står inför alternativen havredryck $(Q_1)$ och mjölk $(Q_2)$. Mötets nyttofunktion för respektive dryck har följande utseende:

$$u = Q_1^{1/2} + Q_2^{1/2}$$

Mötet är sista aktiviteten för perioden och efter det får föreningen ny budget – så det finns ingen nytta i att lämna några pengar kvar i kassan, som idag står på 168 kr.

a) Uttryck mötets optimala efterfrågan på havredryck och mjölk som en funktion av priserna på dessa och föreningens kassa. Hur stor blir efterfrågan om priset per paket havredryck är $p_1 = 28$ och per paket mjölk är $p_2 = 14$ kr? Använd Lagrange-metoden för att lösa problemet! (4p)

b) Vad uttrycker *marginal rate of substitution, MRS*? Relatera till MRS för att verifiera de optimala kvantiteterna av mjölk och havredryck du fick fram i a)! (2p)

c) Bestäm för mjölk respektive havredryck:
   i. Priselasticitet
   ii. Inkomstelasticitet
   iii. Korselasticiteten

   Klassa de olika typerna av dryck baserat på de olika elasticiteterna. Hur stämmer det med din intuitiva klassning? (3p)

## Uppgift 4 (8 poäng)

Barney Stinson har skrivit boken ”The bro code” som nu ska publiceras. Boken ska enligt Barney förse män med nödvändiga insikter och regler de behöver veta för att bli en ”bro” och uppföra sig ordentligt bland andra ”bros”. Till sin bok vill Barney ha en särskild typ av papper som produceras av ett företag som tillverkar pappersmassa. Produktionsfunktionen till pappersmassan ser ut enligt följande:

$$Q = AF_1^{\alpha}F_2^{\beta}F_3^{\gamma}$$

Där

$A = 0{,}9797$
$\alpha = 1/2$
$\beta = 1/4$
$\gamma = 1/4$

$Q$ är antal ton producerad pappersmassa per månad, $F_1$ (produktionsfaktor 1) är mängd kapital i form av anläggningstillgångar, $F_2$ (produktionsfaktor 2) är mängd använt material per månad och $F_3$ (produktionsfaktor 3) är mängd arbetskraft per månad. Priset på produktionsfaktor 1 är $P_1$ = 300 kr, priset på produktionsfaktor 2 är $P_2$ = 100 kr och priset på produktionsfaktor 3 är $P_3$ = 100 kr.

Produktionsfaktor 1 är av naturliga skäl väldigt trögrörlig (både uppåt och nedåt) i branschen och ses som fast under tidsperioder kortare än ett år. Insatsen av produktionsfaktor 1 är för tillfället 3 000 kr per månad. Använd Lagrange-metoden när du löser uppgifterna nedan!

a) Bestäm företagets kortsiktiga expansionskurva uttryckt som $F_3$ = f($F_2$, $P_2$, $P_3$,), då $F_1$ är fast.

(3p)

b) Bestäm företagets långsiktiga kostnadsfunktion C(Q). (Företaget använder sig av optimala faktorinsatser för att minimera kostnaden för produktion av en given kvantitet).

(3p)

c) Bestäm företagets kortsiktiga kostnadsfunktion C(Q) då $F_1$ är fast medan både $F_2$ och $F_3$ är fritt rörliga.

(2p)

## Uppgift 5 (7 poäng)

Charles ”Chuck” Rhodes och Bryan Connerty arbetar som åklagare och sliter hårt för att sätta dit fondförvaltaren Robert ”Bobby” Axelrod. Chuck och Brians framgång avgörs av hur många fall deras distrikt lyckas lösa under ett år. Maximalt kan 600 fall lösas på ett år. För att lösa ett fall krävs 100 timmars arbete samt material för $500. Timkostnaden för arbete under dagtid är $100 och mängden lösta fall beror linjärt på antalet arbetstimmar.

Åklagarkontoret ligger i de fina finanskvarteren i New York och har därför en fast kostnad på $500 000 årligen. I nuläget arbetar personalen endast under dagtid.

a) Ange kostnadsfunktionen, $C$, som en funktion av antalet lösta fall $Q$. Vad skulle det kosta att lösa ett extra fall? (1p)

b) Chuck har stor press på sig att leverera inför justitieministern Waylon Jeffcoat. Mr Jeffcoat har en efterfrågan på lösta fall enligt $Q = 4000 - P/5$. Där $P$ är den summa pengar Chucks distrikt får efter att ha löst ett fall, vilket kan ses som priset på en vara. Vad blir distriktets maximala vinst? Hur många fall ska de lösa? (2p)

c) Chucks fru Wendy Rhoades är en framgångsrik ”performance coach” och lyckas få Chucks medarbetare att arbeta under kvällar, men till en dyrare timkostnad. Nu kan maximalt 800 fall lösas per år men timkostnaden på kvällen är $120. Vad blir distriktets maximala vinst och optimal produktion vid de nya förutsättningarna?

(2p)

d) Hårt arbete och smarta drag leder till att Chuck och Bryan vinner många mål i domstolen men Mr. Jeffcoat är fortfarande inte helt nöjd. Efterfrågan för deras division har därför förändrats och är nu $Q = 4125 - P/4$. Hur många fall ska divisionen lösa för att maximera sin vinst och vad blir den maximala vinsten? (2p)

## Uppgift 6 (6 poäng)

Vännerna Jess, Nick, Winston och Schmidt bor tillsammans i en våning i Los Angeles. I lägenheten spelar de ofta spelet ”True American” där man måste röra sig mellan stolar för att inte åka ut. För att göra spelet mer spännande vinner man pengar om man är sist kvar. Alla som deltar lägger in 50 SEK i prispotten. För att inte göra det helt orättvist får också vinnaren av spelet stå för alla kostnader som tillkommer med leken.

Rumskamraterna tycker också om att bjuda in sina vänner att spela, och antal personer som kan spela samtidigt beror av funktionen:

$Q = 2L - 0{,}03L^2 + M - 0{,}07M^2$

Där $Q$ är antal personer som kan spela. För att kunna spela måste de också förbereda leken, vilket tar tid och beskrivs med arbetstimmar ($L$) och de behöver också ett antal burkar läsk ($M$).

Eftersom Schmidt är den som städar bäst och dessutom är bäst på affärer, ser han möjligheten att ta hand om all förberedelse själv och tar dessutom 30 SEK per timme förberedelse. En läsk kostar 15 SEK. De behöver inte köpa hela läskburkar eller städa i hela timmar. På kort sikt är Schmidts tid begränsad, och han kan bara jobba 5 timmar med att förbereda. Med detta vet Jess att det optimala antalet personer som kan spela samtidigt är 7 personer.

a) På lång sikt är Schmidts tid inte begränsad och vännerna vill att lika många ska kunna spela ”True American” som är optimalt på kort sikt.

   i) Vad är spelets expansionskurva på lång sikt om $L = f(M)$?

   (2p)

   ii) Vilken optimal vinst kommer den vinnande spelaren att få, om vinnaren också får betala för förberedelserna och läsken?

   (2p)

Winston tycker att fler ska vara med och spela, så han bestämmer sig för att hjälpa till med att förbereda och bidra med 13 timmars förberedelse (självklart avlönat) och att de köper 24 burkar läsk. Fråga b) rör detta nya scenario.

b) Indikerar det nya antalet spelare att det förekommer stordriftsfördelar?

   (2p)

## Uppgift 7 (8 poäng)

I Diagongränden finns det för tillfället två stora företag som agerar på marknaden för trollstavar. Förutom den etablerade trollstavstillverkaren Ollivanders har även Borgin & Burkes utökat sin svartkonstförsäljning till att inkludera trollstavar.

Ollivanders tillverkar trollstavar till en kostnad av $C_1 = 60Q_1$ medan Borgin & Burkes gör det till kostnaden $C_2 = 2Q_2^2$. $Q_1$ och $Q_2$ är de båda företagens output. Marknadspriset bestäms av $P = 200 - Q_1 - Q_2$. Svaren behöver ej anges i heltal.

a) Bestäm de båda företagens optimala output, pris och vinst samt total vinst vid Joint optimum. (3p)

b) Borgin & Burkes har nu infiltrerat Ollivanders verksamhet och således skaffat sig ett informationsövertag. Bestäm de båda företagens optimala output, pris och vinst samt total vinst. (3p)

c) Nu ändras kostnadsfunktionerna för de båda företagen. Ollivanders kostnader höjs och ges av kostnadsfunktionen $C_1 = 80Q_1$, medan Borgin & Burkes kostnader halveras till $C_2 = Q_2^2$. Bestäm de båda företagens nya optimala output, pris och vinst samt total vinst vid Cournot-jämvikt. (2p)

**Uppgift 1**

a) Economies of scope: Kostnadsfördelar till följd av att man producerar flera produkter samtidigt jämfört med att producera dem separat, exempel bör ges för att få poäng.
b) Bruttokontrakt, nettokontrakt och incitamentskontrakt. Dessa finns beskrivna i den rapport om kollektivtrafik som ligger på Lisam som kurslitteratur.
c) Monopolistisk konkurrens kännetecknas av; många köpare och säljare, produkterna liknande men inte identiska, fri etableringsrätt, låga inträdesbarriärer, säljaren får en monopolliknande ställning inom ett litet segment, säljaren har viss kontroll över priset och om övervinster finns så uppstår tryck från närliggande produkter.
d) En av de vanligaste produktionsfunktionerna med egenskaperna att funktionen är homogen, har avtagande marginalavkastning samt att man ur funktionen kan tolka returns to scale.
$Q = AF_1{}^aF_2{}^b, 0 < a, b < 1$
e) Funktionen är linjär och det innebär att vi väljer att ta med bara den bästa av *L* och *K*, dvs den som ger mest output per investerad krona. Jämför 10/5 och 15/6, vilket leder till att vi bara väljer *L*.

**Uppgift 2**
a)

| **Prisändring** | **Priselasticitet** | **Ändring i totala intäkter** |
|---|---|---|
| Minskning | Ep < -1 | Ökar |
| Ökning | Ep > -1 | Ökar |
| Ökning | Ep = -1 | Oförändrade |
| Minskning | Ep >-1 | Minskar |

b)
Markup-regeln: (P-MC)/P = 1/(-$E_P$) ger (P-5)/P = 2/3 => P = 15 kr

c)
Markup-regeln gäller enbart då efterfrågan är elastisk, dvs < -1.

**Uppgift 3**

a)

$$\max u = \sqrt{Q_1} + \sqrt{Q_2}$$
$$\text{då} \quad I = p_1Q_1 + p_2Q_2$$

Formulera Lagrange-funktionen

$L = \sqrt{Q_1} + \sqrt{Q_2} + \lambda(I - p_1Q_1 - p_2Q_2)$

Derivera m.a.p. $Q_1$, $Q_2$ och $\lambda$ och sätt derivatorna till 0

$\frac{\partial L}{\partial Q_1} = \frac{1}{2}Q_1^{-1/2} - \lambda p_1 = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{1}{2p_1\sqrt{Q_1}}$ …(1)

$\frac{\partial L}{\partial Q_2} = \frac{1}{2}Q_2^{-1/2} - \lambda p_2 = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{1}{2p_2\sqrt{Q_2}}$ …(2)

$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = I - p_1Q_1 - p_2Q_2 = 0$ …(3)

(1) och (2), d.v.s. sätt ” $\lambda$ lika”, ger

$\frac{1}{2p_1\sqrt{Q_1}} = \frac{1}{2p_2\sqrt{Q_2}} \Leftrightarrow p_1\sqrt{Q_1} = p_2\sqrt{Q_2} \Leftrightarrow Q_2 = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^2 Q_1$ …(4)

(4) insatt i (3) ger

$$I - p_1Q_1 - p_2\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^2 Q_1 = I - p_1Q_1 - \frac{p_1^{\,2}}{p_2}Q_1 = 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{Q_1} = \frac{I}{p_1 + \frac{p_1^{\,2}}{p_2}} = \frac{168}{28 + \frac{28^2}{14}} = \mathbf{2}$$

$$\boldsymbol{Q_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^2 Q_1 = \left(\frac{28}{14}\right)^2 2 = \mathbf{8}$$

b) Hur mycket av den ena produkten som en konsument är villig att ge upp för att få ytterligare en enhet av den andra produkten för att få samma nytta.

$$\text{MRS} = -\frac{dQ_2}{dQ_1}$$

Om lösningen är optimal ska $\text{MRS} = \frac{p_1}{p_2}$ för optimala kvantiteter.

$\frac{\boldsymbol{p_1}}{\boldsymbol{p_2}} = \frac{28}{14} = \mathbf{2}$

Och med optimala kvantiteter enligt a) insatt i MRS fås:

$\textbf{MRS} = -\frac{dQ_2}{dQ_1} = \frac{\partial u}{\partial Q_1} / \frac{\partial u}{\partial Q_2} = \left(\frac{1}{2}Q_1^{-1/2}\right)/\left(\frac{1}{2}Q_2^{-1/2}\right) = \left(Q_2^{1/2}\right)/\left(Q_1^{1/2}\right) = \left(8^{1/2}\right)/\left(2^{1/2}\right) = 4^{1/2} = \mathbf{2}$

Ok! Lösningen stämmer.

c)
Priselasticitet

$$\boldsymbol{E_{Q_1,p_1}} = -\frac{p_2 + 2p_1}{p_1 + p_2} = -\frac{14 + 2 * 28}{28 + 14} = -\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{3}}$$

$$\boldsymbol{E_{Q_2,p_2}} = -\frac{p_1 + 2p_2}{p_2 + p_1} = -\frac{28 + 2 * 14}{14 + 28} = -\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}}$$

Då priselasticiteten för bägge varorna < -1 anses de vara elastiska

Inkomstelasticitet

$$\boldsymbol{E_{Q_1,I}} = \frac{\partial Q_1}{\partial I} \cdot \frac{I}{Q_1} = \frac{\partial}{\partial I}\left(\frac{I}{p_1 + \frac{{p_1}^2}{p_2}}\right) \cdot \frac{I}{Q_1} = \frac{1}{p_1 + \frac{{p_1}^2}{p_2}} \cdot \frac{I}{Q_1} = \frac{1}{p_1 + \frac{{p_1}^2}{p_2}} \cdot \frac{I}{\left(\frac{I}{p_1 + \frac{{p_1}^2}{p_2}}\right)} = \mathbf{1}$$

$$\boldsymbol{E_{Q_2,I}} = \mathbf{1}$$

Eftersom inkomstelasticiteten är 1 är båda varor att betrakta som på gränsen mellan nödvändighetsvara och lyxvara. Att inkomstelasticiteten är exakt 1 innebär att efterfrågan på dryckerna följer i linje med en inkomstökning.

**Korselasticitet**

$$\boldsymbol{E_{Q_1,p_2}} = 1 - \frac{p_1 p_2}{p_1 p_2 + p_1^2} = 1 - \frac{28 * 14}{28 * 14 + 28^2} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$$

$$\boldsymbol{E_{Q_2,p_1}} = 1 - \frac{p_1 p_2}{p_1 p_2 + p_2^2} = 1 - \frac{28 * 14}{28 * 14 + 14^2} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$$

Eftersom korselasticiteten är > 0 är varorna substitut, vilket borde stämma med studenters intuition. (givet att de inte är laktosintoleranta)

**Uppgift 4**

4a $F_3 = F_2$ eller $F_3 = \frac{p_2}{p_3}\frac{\gamma}{\beta} F_2$

4b $C = \frac{\sqrt{600*400}}{0{,}9797} Q = 500{,}05Q$

4c $C = \frac{4}{30}\left(\frac{Q}{0.9797}\right)^2 + 900000$

## a) La Grange och lös ekv.

$$\mathrm{L}(F_2, F_3, \lambda) = AF_1^{\alpha} F_2^{\beta} F_3^{\gamma} + \lambda(C - p_1F_1 - p_2F_2 - p_3F_3)$$

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial F_2} = \beta A F_1^{\alpha} F_2^{\beta - 1} F_3^{\gamma} - \lambda p_2 = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial F_3} = \gamma A F_1^{\alpha} F_2^{\beta} F_3^{\gamma-1} - \lambda p_3 = 0 \qquad (2)$$

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial \lambda} = C - p_1 F_1 - p_2 F_2 - p_3 F_3 = 0 \qquad (3)$$

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow F_3 = \frac{p_2}{p_3}\frac{\gamma}{\beta} F_2 = \frac{100}{100}\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{4}} F_2 \Rightarrow F_3 = F_2 \qquad (4)$$

## b) Lägg till en partialderivata

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial \mathrm{F}_1} = \alpha A F_1^{\alpha-1} F_2^{\beta} F_3^{\gamma} - \lambda p_1 = 0 \qquad (5)$$

$$\frac{(5)}{(2)} \Rightarrow F_3 = \frac{p_1}{p_3}\frac{\gamma}{\alpha} F_1 \left( \Rightarrow \frac{300}{100}\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} F_1 \right) \qquad (6)$$

$$\frac{(5)}{(1)} \Rightarrow F_2 = \frac{p_1}{p_2}\frac{\beta}{\alpha} F_1 \left( \Rightarrow \frac{300}{100}\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} F_1 \right) \qquad (7)$$

Ekvation 6 och 7 i 3 ger:

$$\mathrm{F}_1 = \frac{C\alpha}{p_1(\alpha+\beta+\gamma)} = \frac{C}{600} \qquad (8)$$

Ekvation 4 och 7 i 3 ger:

$$\mathrm{F}_2 = \frac{C\beta}{p_2(\alpha+\beta+\gamma)} = \frac{C}{400} \qquad (9)$$

Ekvation 4 och 6 i 3 ger:

$$\mathrm{F}_3 = \frac{C\gamma}{p_3(\alpha+\beta+\gamma)} = \frac{C}{400} \qquad (10)$$

Med 8, 9, 10 i målfunktion ges:

$$Q = A F_1^{\alpha} F_2^{\beta} F_3^{\gamma} = A \left(\frac{C}{600}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{C}{400}\right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{C}{400}\right)^{\frac{1}{4}} = A \frac{C}{600^{\frac{1}{2}} * 400^{\frac{1}{2}}}$$

$$\Rightarrow C = \frac{\sqrt{600*400}}{0{,}9797} Q = 500{,}05Q$$

c) Använd info från a) och lös ut C

Ekvation 4 i 3 ger:

$$F_2 = \frac{C - p_1 F_1}{p_2 + p_3} = F_3 \qquad (11)$$

11 i målfunk ger:

$$Q = AF_1^{\alpha}F_2^{\beta}F_3^{\gamma} = AF_1^{\frac{1}{2}}\left(\frac{C-p_1F_1}{200}\right)^{\frac{1}{4}}\left(\frac{C-p_1F_1}{200}\right)^{\frac{1}{4}} = A\sqrt{3000 * \frac{C-900000}{200}}$$

$$\Rightarrow C = \frac{2}{30}\left(\frac{Q}{0.9797}\right)^2 + 900000$$

**Uppgift 5**

a) C = 500 000 + 100*100*Q + 500*Q = 500 000 + 10500Q
Att lösa ett extra fall: MC = 10 500

b) Q = 4000 – P/5 ⇔ P = 20 000 – 5Q
Vinstmaximering ger MR = MC
R = PQ = 20000Q – 5$Q^2$
MR = 20 000 – 10Q
MC = 10 500
MR = MC ger $Q^*$= 950 men $Q_{max}$ = 600 så producera 600
P(600) = 20 000 – 5*600 = \$ 17 000
R = 17 000*600 = \$ 10 200 000
C = \$ 6 800 000
Vinst = \$ 3 400 000

c) $MC_{kväll}$ = 500 + 120*100 = 12 500
MR = MC ger 20 000 – 10Q = 12 500 ⇔ $Q^*$ = 750
750 > 600, alltså är nattskift lönsamt
$P^*$ = 20 000 – 5*750 = \$ 16 250
$Q_{dag}$ = 600 $Q_{kväll}$ = 150
C = 500 000 + 10 500*600 + 12 500*150 = \$ 8 675 000
R = PQ = 16 250*750 = \$ 12 187 500
Vinst = \$ 3 512 500

d) Q = 4125 – P/4 ⇔ P = 16 500 – 4Q
MR = 16 500 – 8Q
$MC_{kväll}$ = 12 500 $MC_{dag}$ = 10 500
Vinstmaximering med kvällsskift ger $Q^*$ = 500 alltså ej lönsamt. Vinstmaximering utan kvällsskift ger $Q^*$ = 750 > 600. Alltså producera maximalt under dagen.
P(600) = 16 500 – 4*600 = \$ 14 100
Vinst = 8 460 000 – 6 800 000 = \$1 660 000

**Uppgift 6**

a) Givet att antal spelare Q = 7.
Detta ska ske till lägsta möjliga kostnad, alltså:
min C = 30L + 15M
då 2L – 0,03$L^2$ + M – 0,07$M^2$ = 7

Använd Lagrange-metoden.
Min La = 30L + 15M + λ(2L – 0,03$L^2$ + M – 0,07$M^2$ – 7)

Derivera La m.a.p. L, M och λ:

$$\frac{\partial La}{\partial L} = 30 + 2\lambda - 0{,}06L\lambda = 0 \;=>\; \lambda(0{,}06L - 2) = 30 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial La}{\partial M} = 15 + \lambda - 0{,}14M\lambda = 0 => \lambda(0{,}14M - 1) = 15 \qquad (2)$$

$$\frac{\partial La}{\partial \lambda} = 2L - 0{,}03L^2 + M - 0{,}07M^2 - 7 = 0 \qquad (3)$$

(1)/(2) ger: $\frac{30}{15} = \frac{0{,}06L-2}{0{,}14M-1}$ => L = : $\frac{14}{3}M$ (4)

- Expansionskurvan är alltså: L = : $\frac{14}{3}M$

- (4) insatt i (3) ger:

$$2\left(\frac{14}{3}M\right) - 0{,}03\left(\frac{14}{3}M\right)^2 + M - 0{,}07M^2 - 7 = 0 =>$$
$$-\left(0{,}03\left(\frac{14}{3}\right)^2 + 0{,}07\right)M^2 + \left(2\left(\frac{14}{3}\right) + 1\right)M - 7 = 0 =>$$

// utlägg, omskrivning av termer:

$$0{,}03\left(\frac{14}{3}\right)^2 + 0{,}07 = \frac{3}{100}\frac{196}{9} + \frac{7}{100} = \frac{196}{300} + \frac{21}{300} = \frac{217}{300}\;,\; 2\left(\frac{14}{3}\right) + 1 = \frac{28+3}{3} = \frac{31}{3}$$

//

(omskriven till standardform för andragradsekvation)

$$M^2 - \frac{300}{217}\frac{31}{3}M + \frac{300}{217}7 = 0 <=> M^2 - \frac{9300}{651}M + \frac{2100}{217} = 0$$

(använd kvadratkomplettering)

$$M = \frac{9300}{651}\frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{9300}{651}\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{2100}{217}} => M \approx 7{,}1429 \pm 6{,}4299$$

M > 0 ger två lösningar:
$M_1$=0,7130 och $M_2$ = 13,5727
Insatt i (4) får vi respektive L:
$L_1$ = 3,3273 och $L_2$ = 63,3393
Kontroll av lösningarna:

$$Q_1 = 2L_1 - 0{,}03{L_1}^2 + M_1 - 0{,}07{M_1}^2 = 7$$
$$Q_2 = 2L_2 - 0{,}03{L_2}^2 + M_2 - 0{,}07{M_2}^2 = 7$$

OK! Båda ger önskat antal spelare som spelar spelet.

Vinsten blir då
$\pi_1$ = 50*7 – 30*3,3273 – 15*0,7130 ≈ **240 SEK** (239,4860..)
$\pi_2$ = 50*7 – 30*63,3393 – 15*13,5727 ≈ –1754 SEK < 0 så ej optimalt, falsk rot.
(Tur för Schmidt!)

b) ny L = 13 timmar förberedelse
   ny M = 24 läsk
   ger att ny Q = 2*13 – 0,03*13^2 + 24 – 0,07*24^2 = 4,61 personer < 7 personer

   Svar: Produktionsfaktorerna ökar samtidigt som antal spelare minskar. Därför indikerar de nya värdena att ”True American” inte har några stordriftsfördelar.

**Uppgift 7 (8 poäng)**

**a) Joint optimum**. Maximera vinstfunktionen:

$$\pi_{tot} = (200 - Q_1 - Q_2)(Q_1 + Q_2) - 60Q_1 - 2Q_2^2$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial Q_1} = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial Q_2} = 0 \qquad (2)$$

(1) och (2) ger $Q_1 = 55\ och\ Q_2 = 15$. Priset blir 130 och vinsten π = 5350.

(vinst företag 1 = 3850, vinst företag 2= 1500)

**b) Von Stackelberg** med företag 2 som prisledare.

$$\pi_1 = (200 - Q_1 - Q_2)(Q_1) - 60Q_1$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial Q_1} = 200 - 2Q_1 - Q_2 - 60 = 0$$

Lös ut $Q_1$ ur uttrycket ovan. Detta ger $Q_1 = 70 - \frac{Q_2}{2}$

Sätt in uttrycket för $Q_1$ i vinstfunktionen för företag 2.

$$\pi_2 = \left(200 - (70 - \frac{Q_2}{2}) - Q_2\right)(Q_2) - 2Q_2^2$$

$$\pi_2 = 200Q_2 - 70Q_2 + \frac{Q_2^2}{2} - Q_2^2 - 2Q_2^2$$

Derivera enligt nedan:

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial Q_2} = 200 - 70 - 5Q_2 = 0$$

Detta ger $Q_2 = 26$ och $Q_1 = 57$
Priset blir 117 och vinsten för företag 1 blir 3249 och för företag 2 blir 1690. Total vinst 4939

**c) Cournot-lösning**

Maximera vinstfunktionen för företag 1
$\pi_1 = (200 - Q_1 - Q_2)(Q_1) - 80Q_1$
$\pi_1 = 120Q_1 - Q_1^2 - Q_1Q_2$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial Q_1} = 0 \qquad (1)$$

(1) ger att $Q_1 = 60 - \frac{Q_2}{2}$

Maximera vinstfunktionen för företag 2

$\pi_2 = (200 - Q_1 - Q_2)(Q_2) - Q_2^2$

$\pi_2 = 200Q_2 - Q_1Q_2 - 2Q_2^2$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial Q_2} = 0 \qquad (2)$$

(2) ger att $Q_2 = 50 - \frac{Q_1}{4}$

(1) och (2) ger att $Q_1 = 40 \; och \; Q_2 = 40$

Detta ger ett pris på 120 och vinst för företag 1 blir 1600 och vinst för företag 2 blir 3 200.
Total vinst 4 800.