LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA
Institutionen för ekonomisk och industriell utveckling
Avdelningen för Produktionsekonomi

TENTAMEN I

Ekonomisk Analys: Ekonomisk Teori

TORSDAGEN DEN 11 JUNI 2015, KL 8-13
SAL:

Kurskod: TPPE98
Provkod: TEN2

Antal uppgifter: 6
Antal sidor: 7

Ansvarig lärare: Helene Lidestam, tfn 2433
Salarna besöks ca kl 15.30

Kursadministratör: Azra Mujkic, tfn 1104, azra.mujkic@liu.se

Anvisningar

1. Skriv ditt AID på varje sida innan du lämnar skrivsalen.
2. Du måste lämna in skrivningsomslaget innan du går (även om det inte innehåller några lösningsförslag).
3. Ange på skrivningsomslaget hur många sidor du lämnar in.

Om skrivningen

1. Tillåtna hjälpmedel: - Valfri räknedosa med tömda minnen.
2. Inga andra hjälpmedel är tillåtna.
3. Vid varje uppgift finns angivet hur många poäng en korrekt lösning ger. För godkänt betyg krävs normalt 25 p, för betyg 4 krävs 33 p och för betyg 5 krävs 43 p.
4. Det är viktigt att lösningsmetod och bakomliggande resonemang redovisas fullständigt och tydligt. Enbart slutsvar godtas ej.
5. Endast en uppgift skall lösas på varje blad.

SKRIV KLART OCH TYDLIGT!

LYCKA TILL!

Uppgift 1 (12 poäng)

a) Ge den matematiska definitionen på korspriselasticitet, beskriv betydelsen i ord samt ge ett exempel på två varor som har korspriselasticitet noll! (2p)

b) Ge den matematiska definitionen av MRS samt uttryck i ord vad begreppet innebär! (1p)

c) Vad innebär det att ett företag har positiv marginalavkastning? (1p)

d) Vad innebär en monopolistisk marknad? (1p)

e) Förklara begreppet *Returns to scale*. (1p)

f) Vad uttrycker priskonsumtionskurvan? (1p)

g) Ett företag har en produktionsfunktion som är homogen av grad 0,6. Vad händer med output om alla insatsvaror fördubblas? (Ange den procentuella ökningen) (1p)

h) Antag att ett företag har den linjära produktionsfunktionen: $Q = 20F_K + 20F_L$. Där F_K är insatt kapital och F_L är insatt mängd arbetskraft. Priset per enhet kapital är 6 och priset per enhet arbetskraft är 6. Hur ser den optimala kombinationen av insatta produktionsfaktorer ut? (2p)

i) I kursen har Lagrangemetoden använts bland annat för att maximera nyttan givet en begränsad budget. Generellt har lambda λ använts som multiplikator. Hur kan λ tolkas i detta sammanhang? (2p)

Uppgift 2 (9 poäng)

Ted och Marshall har precis börjat studera på universitet. De har aldrig träffats men delar två intressen nämligen Star Wars-prylar och affischer. På universitetet de går på finns det många fattiga studenter som gärna säljer sina gamla Star Wars-prylar. Det finns även flera affärer som säljer affischer med alla möjliga motiv. De har varsin nyttofunktion enligt nedan:

$$U_{Ted} = 2Q_{SW}^{a} Q_A^{b}$$

$$U_{Marshall} = Q_{SW}^{c} Q_A^{d}$$

där $a = 1/4$, $b = 1/8$, $c = 1/3$, $d = 2/3$

Q_{SW} är antal inköpta Star Wars-prylar och Q_A är antalet inköpta affischer (per månad). Priset på Star Wars-prylarna antas vara 700 kr/st. Priset för affischer, P_A, är okänt.
Det belopp som Ted varje månad kan spendera på sina intressen är 3 150 kr. Marshall kan spendera 4 200 kr varje månad.

a) Uppfyller Teds nyttofunktion konsumentteorins två regler? (2p)

b) Bestäm den nyttomaximerande totala efterfrågan (från både Ted och Marshall) av affischer, Q_A, då den beror på priset P_A. (3p)

c) Anta att priset på affischer har stabiliserats till 70 kr. Bestäm Marshalls optimala konsumtion på Star Wars-prylar och affischer, samt vilken nytta den ger. (1p)

d) Visa att Marshalls konsumtion faktiskt är optimal med hjälp av MRS. (2p)

Av en slump träffas Ted och Marshall på en föreläsning och blir genast bästa vänner. De bestämmer sig för att dela lägenhet ihop och kan då köpa Star Wars-prylar och affischer tillsammans. Nu får dessutom båda två nytta av en inköpt Star Wars-pryl eller affisch, till samma pris som tidigare. Deras respektive nyttofunktioner är fortfarande likadana.

e) Vem drar störst fördel av att de delar på inköpen på detta vis? Hur påverkas deras totala nytta av detta, förutsatt att den fortfarande är beroende av Star Wars-prylar och affischer? Det krävs några enklare beräkningar för att undersöka hur Teds och Marshalls efterfrågekvantiteter kommer att påverkas. En beskrivning av problemet samt ett fullständigt resonemang är också nödvändigt. (1p)

Uppgift 3 (7 poäng)

Företaget Kraft-Idas AB tillverkar sin toppsäljande tyngdlyftarsko Kraft-Idas Kraftsko vid en av sina anläggningar. I dagsläget sker produktionen endast med dagskift. För att tillverka ett par skor krävs 75 minuters arbete samt material för 450 kr. Timkostnaden för arbetskraft är 280 kr. Mängden par skor som tillverkas beror linjärt på antalet arbetstimmar vid produktionslinan. Produktionslinan har dock en maximal kapacitet på 10 000 par skor per år. Företagets fasta kostnader uppgår till 1 700 000 kr per år.

a) Ange produktionsfunktionen som funktion av insatt arbetskraft. Ange också kostnadsfunktionen, C, som funktion av tillverkad kvantitet, Q. (1p)

b) Om efterfrågan på produkten är Q = 150 000 - 125P, vad blir företagets maximala vinst? (1p)

c) Företaget kan dubbla sin kapacitet genom att lägga till ett nattskift. Timkostnaden för arbetskraft på nattskiftet är 360 kr. Vad blir företagets maximala vinst vid de nya förutsättningarna? (1p)

d) Om efterfrågan istället är Q = 100 000 – 90P, hur många skor ska företaget producera och vad blir den maximala vinsten i detta läge?
(Nattskift är fortfarande möjligt) (2p)

e) Om marknadens pris istället är konstant, P = 850 kr, hur ska företaget agera på kort respektive lång sikt? (Nattskift är fortfarande möjligt) (2p)

Uppgift 4 (8 poäng)

Ett industriföretag som tillverkar en patenterad produkt och behöver för sin tillverkning två produktionsfaktorer. Produktionsprocessen kan beskrivas av produktionsfunktionen.

$$Q = a - \frac{1}{bF_1^{\alpha} F_2^{1-\alpha}} \qquad \textit{för } 0 \le Q < a$$

där

$Q =$ antal som tillverkas på en gång (st)

$F_1 =$ behov av faktor typ 1 (kg)

$F_2 =$ behov av faktor typ 2 (m)

$a = 50 \ (\text{st})$

$b = \frac{1}{350}$

$\alpha = \frac{3}{4}$

a) Bestäm företagets totalkostnadskurva C(Q), då Q varierar från 0 till 49, under förutsättning att produktionsfaktorerna kan inköpas i obegränsade mängder till de fasta priserna $P_1 = 225(\text{kr/kg})$ resp. $P_2 = 75(\text{kr/m})$. Använd Lagrangemetoden!(3)

b) Företagsledningen, som är okunnig om produktionsfunktionens verkliga utseende, har uppställt följande kalkyl för 6 st.

dM_1	(proportionellt rörliga)	50	(kronor)
dM_2	(proportionellt rörliga)	70	(kronor)
TO_F	(fasta)	206	(kronor)
TO_R	(progressivt rörliga)*	216	(kronor)
FO + AO	(fasta)	270	(kronor)
Totalkostnad för 6 st		812	(kronor)

*Man tror sig veta att de rörliga tillverkningsomkostnaderna ökar kvadratiskt:

$TO_R = cQ^2$

Använd ovanstående kalkyl för att ta fram den totalkostnadsfunktion som företagsledningen tror gäller. (Ledning: kostnadsfunktionen är ett polynom av grad 2. Du kan kontrollera din kostnadsfunktion genom att sätta in Q = 6 och då ska du få ut kostnad 812 kr.) (2p)

c) Vilken produktionsvolym är optimal under villkoren i b, om företaget kan avsätta alla sina tillverkade produkter till det fasta priset p = 500 (kr/st)? (1)

d) Om företaget bestämmer sin produktionsvolym enligt punkt c och med p = 500 (kr/st), hur stor blir avvikelsen mellan den förväntade vinsten och den verkliga vinsten (enligt kostnadsfunktionen i punkt a)? (2)

Uppgift 5 (8 poäng)

Marknaden för grafikkort domineras av två stora företag; Nvidia och AMD, som ständigt befinner sig i en konkurrens om marknadsandelar. Deras respektive kostnadsfunktioner är:

$$C_{Nvidia} = 250\,000 + \frac{1}{100}{Q_1}^2$$

$$C_{AMD} = 100\ \ 000 + \frac{1}{100}{Q_2}^2$$

På senare tid har kinesiska tillverkare tagit upp kampen med dessa. De besitter den tekniska kompetensen, men saknar den effektiva produktionsprocess som de stora företagen har. Det finns i dagsläget fyra kinesiska konkurrenter, Game hard, Intel Integrated, Mega cards och MSI. Dessa agerar som pristagare och har alla likadana kostnadsfunktioner, se nedan:

$$\mathrm{C_i} = 4900\text{-}20\mathrm{Q_i} + {\mathrm{Q_i}}^2$$

Efterfrågan på marknaden kan beskrivas med hjälp av följande funktion:

$$Q_D = 30016 - 98P$$

a) Hur mycket vill de kinesiska tillverkarna bjuda ut i rådande marknadsläge? (1p)

b) Bestäm jämviktspriset, sålda kvantiteter och vinst för Nvidia och AMD givet att de inte vet något speciellt om varandras kostnadsfunktioner. Vad heter denna oligopolmodell? (3p)

c) Ange Nvidias reaktionskurva samt beskriv vad den uttrycker? (1p)

d) Övervinsterna på marknaden lockar till sig ett stort antal företag från Kina vars kostnadsstruktur är jämförbar med de övriga kinesiska konkurrenterna. Vad blir jämviktspriset på sikt? Kommer de stora aktörerna att överleva?
Avrunda till närmaste heltal vid behov (3p)

Uppgift 6 (6 poäng)

Det är dags för kaviarprovning på kontoret hos *Pearson Specter*. Mike tillsammans med Luis har fått uppdraget att anordna tillställningen. Kaviar till 25 stycken kex kostar 75$ och alla kex som kommer att användas under kvällen har köpts in till en kostnad på 70$. På kontoret finns både kaviarälskare (K) och ostronälskare (O). Antalet gäster (G) från vardera gruppen som närvarar vid tillställningen ges av

$$G_K = 17 - \frac{P_K}{3}$$

$$G_O = 13 - \frac{P_O}{3}$$

a) Det är fem sorters kaviar som serveras under kvällen, och varje gäst får ett kex med varje sort när de anländer. Givet att samma pris gäller för kaviarälskare och ostronälskare, ange $P = f(Q_K, Q_O)$ där Q_K och Q_O är antalet kex med kaviar för respektive grupp. (3p)

b) Luis ställer sig i dörren för att ta emot gästerna. Han vet vilka gäster som är kaviarälskare, och kan därför sätta två olika priser, P_K och P_O. Vilka priser sätter han? Besvara även hur många gäster som kommer från varje grupp. (3p)

Lösningar

Uppgift 1 Se föreläsningsanteckningar samt bok.

Uppgift 2

a) Konsumentteorins två regler är:
Positiv marginalnytta: $\frac{\partial U}{\partial Q} > 0$
Avtagande marginalnytta: $\frac{\partial^2 U}{\partial Q^2} < 0$

För Ted gäller följande:

$$\frac{\partial U_{Ted}}{\partial Q_{SW}} = \frac{Q_A^{1/8}}{2Q_{SW}^{3/4}} > 0$$

$$\frac{\partial U_{Ted}}{\partial Q_A} = \frac{Q_{SW}^{1/4}}{4Q_A^{7/8}} > 0$$

$$\frac{\partial^2 U_{Ted}}{\partial {Q_A}^2} = -\frac{3Q_A^{1/8}}{8Q_{SW}^{7/4}} < 0$$

$$\frac{\partial^2 U_{Ted}}{\partial {Q_{SW}}^2} = -\frac{7Q_{SW}^{1/4}}{32Q_A^{15/8}} < 0$$

Svar: Ja, Teds nyttofunktion uppfyller konsumentteorins två regler (bevis enligt ovan)

b) Både Ted och Marshall ska maximera sin nytta, alltså blir det två olika efterfrågefunktioner för affischer. Summan av dessa efterfrågefunktioner ger den totala efterfrågan på affischer.

Ted:

$max\ U_{Ted} = 2Q_{SWT}^{1/4}Q_{AT}^{1/8}$

då $I_{Ted} = P_{SW}Q_{SWT} + P_AQ_{AT}$

Lagrangefunktionen:

$L(Q_{SWT}, Q_{AT}, \lambda) = 2Q_{SWT}^{1/4}Q_{AT}^{1/8} + \lambda(I_{Ted} - P_{SW}Q_{SWT} - P_AQ_{AT})$

Maximera genom att derivera och sätt partiella derivator till noll.

Detta ger: $Q_{SWT} = 2I_{Ted}/3P_{SW}$ och att $Q_{AT} = I_{Ted}/3P_A$

Marshall:

$max\ U_{Marshall} = Q_{SWM}^{1/3}Q_{AM}^{2/3}$

då $I_{Marshall} = P_{SW}Q_{SWM} + P_AQ_{AM}$

Lagrangefunktionen:

$$L(Q_{SWM}, Q_{AM}, \lambda) = Q_{SWM}^{1/3} Q_{AM}^{2/3} + \lambda(I_{Marshall} - P_{SW} Q_{SWM} - P_A Q_{AM})$$

Maximera genom att derivera och sätt partiella derivator till noll.

Detta ger: $Q_{SWM} = I_{Marshall}/3P_{SW}$ och att $Q_{AM} = 2I_{Marshall}/3P_A$

Svar: $Q_{ATot} = Q_{AT} + Q_{AM} = I_{Ted}/3P_A + 2I_{Marshall}/3P_A = 3850/P_A$

c) Marshalls optimal konsumtion fås genom att maximera hans nyttofunktion, vilket är gjort i uppgift b). Priset på affischerna sätts in i de uttrycken vi har för kvantiteterna:

$Q_{SWM} = I_{Marshall}/3P_{SW} = 4200/(3*700) = 2$

$Q_{AM} = 2I_{Marshall}/3P_A = 2*4200/(3*70) = 40$

$$U_{Marshall} = Q_{SW}^{1/3} Q_A^{2/3} = 2^{\frac{1}{3}} * 40^{\frac{2}{3}} = 14{,}74$$

Svar: Marshalls optimala konsumtion är 2 Star Wars-prylar och 40 affischer per månad. Denna konsumtion ger nyttan 14,74.

d) MRS_{SWA}

$$MRS_{SWA} = -\frac{dQ_A}{dQ_{SW}} = \frac{\frac{\partial u}{\partial Q_{SW}}}{\frac{\partial u}{\partial Q_A}}$$

$$\frac{\partial u}{\partial Q_{SW}} = \frac{Q_A^{2/3}}{3Q_{SW}^{2/3}}$$

$$\frac{\partial u}{\partial Q_A} = \frac{2Q_{SW}^{1/3}}{3Q_A^{1/3}}$$

$$\frac{\frac{\partial u}{\partial Q_{SW}}}{\frac{\partial u}{\partial Q_A}} = \frac{Q_A}{2Q_{SW}} = \frac{40}{2 \cdot 2} = 10$$

$$\frac{p_{SW}}{p_A} = \frac{700}{70} = 10$$

$$MRS_{SWA} = p_{SW}/p_A \qquad V.S.V$$

e) Då de nu kan använda varandras Star Wars-prylar och affischer kommer (i sämsta fall) Ted att få ett tillskott på 2 Star Wars-prylar och 40 affischer.

Några beräkningar med utgångspunkt i uppgift b) krävs för att få reda på vad Ted kommer att bidra med till deras gemensamma samling.

$Q_{SWT} = 2I_{Ted}/3P_{SW} = 2*3150/(3*700) = 3$ *Star Wars-prylar*

$Q_{AT} = I_{Ted}/3P_A = 4200/(3*70) = 20$ *affischer*

Alltså kommer Marshall som sämst att få ett tillskott på 3 Star Wars-prylar och 20 affischer. Detta under förutsättning att de bådas konsumtionsbeteende inte förändras. Möjligen kan en omfördelning göras som ökar den totala nyttan mer, men då krävs större beräkningar.

Svar: Teds och Marshalls totala nytta kommer att öka och den som tjänar mest på det är Marshall, då hans nyttofunktion är ”bättre”. Det vill säga att nyttan blir högre för Marshall än för Ted vid samma kvantiteter.

Uppgift 3

a) C = 1 700 000 + 280*L + 450*Q = // L = (75/60)*Q // = 1 700 000 + 800*Q

b) Q = 150 000 – 125P ⇔ P = 1 200 – Q/125
Vinst maximeras då dπ/dQ = 0, dvs dR/dQ = dC/dQ ⇔ MR = MC
MR = dR/dQ = 1200 – Q*2/125
MC = dC/dQ = 800
MR = MC ⇔ 1200 – Q*2/125 = 800 ⇔ Q = 25000 (Överskrider maximal kapacitet)
Q* = 10 000 st.
P* = 1 200 – 10 000/125 = 1 120 kr
Vinst* = P*Q – C = 1 500 000 kr

c) För nattskift blir MC = 450 + 360*75/60 = 900
Vinstmaximering ger Q* = 18 750 > 10 000. Alltså är nattskift lönsamt.
Qdag = 10 000 st. och Qnatt = 18 750 st. med MCdag = 800 kr och MCnatt = 900 kr.
P* = 1 200 – 18 750/125 = 1050 kr
Vinst* = P*Q – C = 2 112 500 kr

d) Q = 100 000 – 90P ⇔ P = 10 000/9 – Q/90 ⇔ MR = 10 000/9 – Q/45
Vinstmax med nattskift (MC = 900) ger Q = 9 500, alltså ej lönsamt.
Vinstmax utan nattskift (MC = 800) ger Q = 14 000 > 10 000.
Q* = 10 000
P* = 1 000
Vinst* = 300 000 kr

e) Konstant MR = 850 ger MCnatt > MR > MCdag. Alltså inget nattskift, men fortsatt produktion på dagskift är fortfarande möjlig med Q* = 10 000.
Vinst* = –1 200 000
Tillverkningen går med förlust. Lägg ner på lång sikt, producera maxkapacitet (10 000) på kort sikt.

Uppgift 4

a) Q = a- 1/b(F_1^{alfa}*F_2^{1-alfa}), då C = P1*F1 + P2*F2,
Ställ upp lagrange funktion och derivera med avseende på faktorerna och Lambda.
L(F1,F2,lambda) = a – 1/(b* F_1^{alfa}*F_2^{1-alfa}) – lambda (C – P1*F1 – P2*F2)
Detta ger F1 = F2.
Derivatan med avseende på lambda och F1=F2 ger F1= F2 = C / (P1 + P2)
Det används sedan för att räkna ut totalkostnaden från ekvationen
Q=a-1/(b* F_1^{alfa}*F_2^{1-alfa}). Sätt in ovanstående och sätt c ensamt ger

$$C = \frac{105000}{50 - Q}$$

b) C = fast + rörlig kostnad *Q + progressivt rörlig kostnad Q^2
Kalkylen gäller för 6 st och rörlig kostnad per styck blir då (50+70)/6 = 20. Den progressivt rörliga kostnaden per styck blir 6, detta fås då 216 gäller för 6 stycken ($6*6^2$=216). Den fasta kostnaden är 206 + 270 =476. Vi får således följande kostnadsfunktion C=476+20Q+6Q^2. Sätter vi in Q=6 i uttrycket får vi total kostnad för 6 st, 812.

c) Pi = R – C = PQ – C = 500Q – (476 + 20Q + 6Q^2)
Derivera Pi med avseende på Q.
Q = 40
Pi = 500*40 – (476 + 20*40+6*40^2)= 9 124

d) Från a) Pi = R – C = P*Q – C = 500*40 – 105 000/(50 – 40) = 9 500
Verklig vinst π 9 500
Förväntad vinst 9 124
Avvikelse = 376
Observera att optimal kvantitet enligt a är cirka 36 st.

Uppgift 5

a)
För varje småföretag ges P = MC ⇔ P = 2Q -20 ⇔ Q = 10+ P/2. Totala utbudet för de fyra företagen är alltså Q_s = 40 + 2*P
b)
Efterfrågan som möter prissättarna

$$Q_D = (30016 - 98P) - (40 + 2P) = 29976 - 100P \Leftrightarrow P = 29976/100 - \frac{1}{100}Q_D$$

Derivering av detta ger reaktionskurvorna

$$Q_1 = 7494 - \frac{1}{4}Q_2$$

$$Q_2 = 7494 - \frac{1}{4}Q_1$$

Vilket i sin tur ger:
$Q_1 = Q_2$ = 5995 , Vinsterna: $\pi_1 = 469700$, $\pi_2 = 619700$
Priset blir P = 180. Oligopolmodellen kallas Cournoutjämvikt.

c) $Q_{Nvidia} = 7494 - \frac{1}{4}Q_2$

Reaktionskurvan uttrycker Nvidias optimala kvantitet (svar) givet att AMD bjuder ut kvantitet Q2.

d)
Priset kommer att stabilisera sig vid ACmin för småföretagen.
AC = 4900/Q – 20+ Q
ACmin nås då Q = 70 vilket ger ACmin = 120 vilket också blir jämviktspriset.
Överlever företagen?
Genom att studera var företagen har sina ACmin kan vi undersöka om de kan överleva på lång sikt.
Nvidia: minimeras då Q = 5 000 vilket ger ACmin =100.
AMD: minimeras då Q = 3162 vilket ger ACmin = 63.
båda företagen kommer att överleva på lång sikt.

Uppgift 6

a)
$Q_K = 5*G_K = 5*(17-P/3) = 85 - 5P/3$
$Q_O = 5*G_O = 5*(13-P/3) = 65 - 5P/3$
$Q_K + Q_O = 150 - 10P/3$

$$P = \frac{3}{10}(150 - Q_K - Q_O)$$

b)
Kostnadsfunktion: FK = \$70, MC = 75/25 = \$3 => $C = 70 + 3*(Q_K + Q_O)$
$Vinst = R_K + R_O - C = P_K * Q_K + P_O * Q_O - 70 - 3*(Q_K + Q_O)$

Derivera med avseende på de två variablerna

$$\frac{\partial Vinst}{\partial Q_K} = \frac{85 * 3}{5} - \frac{6Q_K}{5} - 3 = 0$$

$$\frac{\partial Vinst}{\partial Q_O} = \frac{65 * 3}{5} - \frac{6Q_O}{5} - 3 = 0$$

Vilket ger:
$Q_K = 40$ $G_K = 8$ $P_K = \$27$

$Q_O = 30$ $G_O = 6$ $P_O = \$21$

Svar: $P_K = \$27$ och $P_O = \$21$. 8 kaviarälskare och 6 ostronälskare kommer på festen.