Linköpings universitet
Institutionen för ekonomisk och industriell utveckling
Avdelningen för produktionsekonomi

SKRIFTLIG TENTAMEN

TPPE24 EKONOMISK ANALYS: Besluts- och finansiell metodik

Tisdag 20 Augusti 2019, kl. 14-19

Kurskod:	TPPE24
Examinator:	Ou Tang
Ansvarig lärare:	Ou Tang 013-28 17 73
Lärare besöker salen:	15:00, 17:30
Kursadministratör:	Emma Weinesson 013-28 44 17 emma.weinesson@liu.se
Antal frågor:	6
Antal sidor:	7
Betygsgräns:	Maximalt 50 poäng. 22 poäng räcker för godkänt.

Instruktion:

- Vid varje uppgift finns angivet hur många poäng en korrekt lösning ger.
- Det är viktigt att lösningsmetod och bakomliggande resonemang redovisas fullständigt och tydligt (om inte specifikt anges att det inte behövs). Enbart slutsvar godtas ej.
- Endast en uppgift skall lösas på varje blad.

Tillåtna hjälpmedel:

- Räknedosa som inte kan lagra text, eller räknedosa med tömda minnen.
- Linjaler är tillåtna.
- Inga andra hjälpmedel är tillåtna.

Uppgift 1 *(Max 10 poäng)*

a) Sant eller falskt: $P(B|A)P(A) = P(A|B)P(B)$. (Resonemang behövs inte). (1p)

b) Sant eller falskt: en riskavert person har en konkav g-kurva. (Resonemang behövs inte). (1p)

c) Sant eller falskt: Om ett experiment inte ändrar EMV för ett beslutsproblem, så har detta experiment inget värde. (Resonemang behövs inte). (1p)

d) Sant eller falskt: En dominansstrategi-jämvikt är alltid Paretooptimal. (Resonemang behövs inte). (1p)

e) Vilket/vilka av följande påståenden är sanna?(Resonemang behövs inte). (1p)

   i. $EPC = EMV_{max} + EOL_{min}$
   ii. $EPC = EMV_{max} - EOL_{min}$
   iii. $EVSI = EPC$
   iv. $EVSI = EOL_{min}$

   EMV= förväntat monetärt värde
   EPC = förväntad vinst under säkerhet
   EOL=förväntad alternativförlust
   EVSI = förväntat värde av experimentell information

f) En persons riskattityd kan bero på: (Resonemang behövs inte) (1p)

   i. Ålder
   ii. Förmögenhet
   iii. Kultur
   iv. Beslutsomgivning (tid, plats)

g) Varför är det olämpligt att jämföra NPV mellan projekt med olika livslängd? Hur kan man istället jämföra dessa projekt? (2p)

h) Förklara jämviktslösningen av ett "coordination game". Ge ett exempel där resultatet av detta spel kan tillämpas. (2p)

Uppgift 2 *(Max 5 poäng)*

I ett nollsummespel med två personer har varje spelare två strategier. Spelare A:s förväntade nytta kan uttryckas som $U_a = A + Bp + Cq + Dpq$, där

p = blandad strategi-sannolikhet som bestäms av spelare A

q = blandad strategi-sannolikhet som bestäms av spelare B

A, B, C, D är konstanter och $0 < \left(-\frac{C}{D}\right) < 1,\ 0 < \left(-\frac{B}{D}\right) < 1$.

Låt $p*$ och $q*$ vara de sannolikheter som råder i jämvikt, valda av spelare A respektive B.

Bevisa att $U_a(p*) = U_a(q*)$.

Uppgift 3 *(max 5 poäng)*

Ett beslutsproblem har nedanstående utdelningsmatris:

	Naturen		
Spelare A	B1	B2	B3
A1	2	3	5
A2	5	4	1
A3	9	1	2

a) Vilken strategi spelar *A* om Laplace-principen tillämpas? (1p)

b) Vilken strategi spelar *A* om Wald-principen tillämpas? (1p)

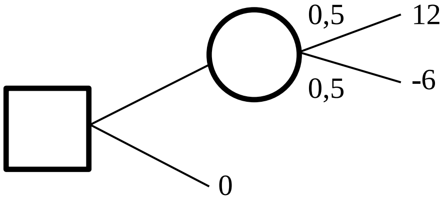
c) Vilken strategi spelar *A* om Maximax-principen tillämpas? (1p)

d) Vilken strategi spelar *A* om Hurwicz-principen tillämpas med optimistisk konstant $\gamma = 0.3$? (1p)

e) Vilken strategi spelar *A* om Savage-principen tillämpas? (1p)

Uppgift 4 *(max 10 poäng)*

Clara och Felix åker på en efterlängtad skidsemester till Åre över sportlovet tillsammans med ett gäng från skolan. I Åre kryllar det av andra studenter och aktiviteter och mitt i allt spektakel blir de erbjudna att delta i ett lotteri i skidbacken. De två kompisarna förhandlar om att dela på lotteriet, där förhandlingarna handlar om hur stor del respektive person får. Anta att γ är Claras andel i lotteriet.



Bådas nyttofunktion: $u(x) = ln(10 + x), x > -10$ där x är förmögenheten.

a) Vilka riskattityder har Clara och Felix? Motivera! (1p)

b) Anta att båda har möjlighet att avstå från att delta i lotteriet. För vilka värden på γ kan de tänka sig att delta? (2p)

c) Ta fram Paretosuperior samt Paretooptimal, svara med intervall för γ. (Tips: RITA) (3p)

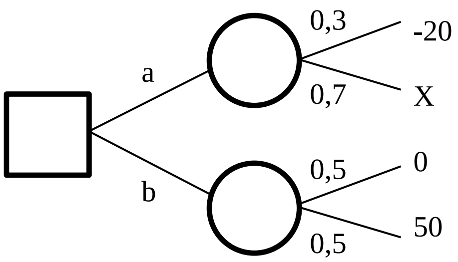
Följande frågor är separata från tidigare:

Felix blir trött och lämnar Clara ensam i backen där hon stöter på ett helt nytt lotteri där man vinner 100 kr med sannolikheten p och förlorar 20 kr med sannolikheten 1-p. Clara som numera är en van spelare har en referenslott som hon utgår från, se FIGUR 1. Claras valsituation illustreras i FIGUR 2.

FIGUR 1

Sannolikhet	CME
0.0	-20
0.2	-10
0.4	0
0.6	50
0.8	80
1.0	100

FIGUR 2



d) Anta att X=80. Bestäm utgående från dessa värden vilket handlingsalternativ som Clara väljer. Motivera noggrant. (2p)

e) Använd informationen i de två figurerna ovan och räkna ut för vilket värde på X som Clara borde välja alternativ b. (2p)

Uppgift 5 *(max 10 poäng)*

Emmelie och Ulrika älskar Utekravallen. Dagen har kommit, och under kvällen har de bestämt att de båda ska gå till UK-området tillsammans. De båda gillar att dansa till i-bandet och dricka bubbel, så de tänker antingen gå till scenen eller till bubbelbaren.

De kan dock inte bestämma sig vart de ska gå, och på väg till UK-området tappar de bort varandra bland allt folk. Emmelies telefon är trasig, så de kan inte kontakta varandra. De båda vet att Ulrika är snabbare än Emmelie på cykeln, och kommer först till området. Det är 60% sannolikhet att det är uppehåll under kvällen, och båda gör sina val innan de vet utfallet. Om det är uppehåll är det även 50% sannolikhet att allt bubbel tar slut under kvällen.

Om det är uppehåll gäller följande. Om båda går till scenen så får Emmelie 8 i nytta och Ulrika 7. Om de båda går till bubbelbaren får Ulrika 10 i nytta och Emmelie 8 om bubbel finns kvar, annars får Ulrika 6 och Emmelie 4. Om Emmelie går till scenen och Ulrika till bubbelbaren får Emmelie 7 i nytta och Ulrika 4, oavsett om det finns bubbel kvar eller ej. Om Ulrika går till stora scen och Emmelie till bubbelbaren får Ulrika 6 i nytta och Emmelie 7, oavsett om det finns bubbel kvar eller ej.

Om det istället är regn så får Emmelie 7 i nytta och Ulrika 5 om de båda går till scenen. Om de båda går till bubbelbaren får Ulrika 6 i nytta och Emmelie 5. Om de går till olika ställen får de båda bara 3 i nytta. Om det regnar är det ingen risk för att bubblet kommer ta slut.

a) Vilka rena strategier har Emmelie respektive Ulrika? Beskriv problemet på extensiv form och rita ut samtliga informationsrum och delspel. (2p)

b) Beskriv informationsstrukturen med en kortfattad motivering. (2p)

c) Skriv spelet på normalform. Hitta eventuella DE, de, ide, NE, ne. (3p)

d) Finn Emmelies och Ulrikas blandade strategier. Vad är sannolikheten att de båda träffas i bubbelbaren? (3p)

Uppgift 6 *(max 10 poäng)*

Nora som är ordförande för I-sektionen funderar på att satsa ett solfångarsystem för att kunna marknadsföra organisationen som mer miljövänlig. Hon har två alternativ att välja mellan, *Solar Power* eller *Eco-Friendly*, och efterfrågar din hjälp för att bestämma vilket system att satsa på. Båda systemen har en ekonomisk livslängd på 5 år och kalkylräntan är 8 %.

Solar Power; Systemet kostar 40 000 kronor att köpa in, har driftskostnader på 3 000 kr första året, 7 000 kr andra året samt 10 000 kr år 3 – 5. Under år 1 – 5 så kommer systemet att generera intäkter till sektionen på 17 000 kr per år. I slutet av år 5 kan *Solar Power* säljas för 8 000 kr.

Eco- friendly; Systemet har driftskostnader på 6 000 kr för år 1 – 5 men är lite dyrare att köpa in då systemet kostar 75 000 kr att köpa. Även detta system kommer att generera intäkter till sektionen på 22 000 kr per år. I slutet av år 5 kan *Eco- friendly* säljas för 17 000 kr.

a) Vilket av systemen bör Nora köpa in till I-sektionen? (2p)

Nora inser att hon måste ta hänsyn till skatt och inflation i beräkningarna. Skattesatsen är 22 % och inflationen 2 %. Nora vill även skriva av systemets värde så mycket som möjligt varje år. Avskrivningar följer därför en kombination av huvudregeln (30-regeln) och kompletteringsregeln (20-regeln). Samtliga belopp är angivna i dagens penningvärde.

b) Gör om nuvärdesberäkningen för Eco-friendly från a) *med hänsyn till skatt och inflation.* Nora kräver en *real* avkastning *före skatt* på 8 %. Vad blir nuvärdet? (4p)

Följande deluppgifter är fristående och kan lösas enskilt.

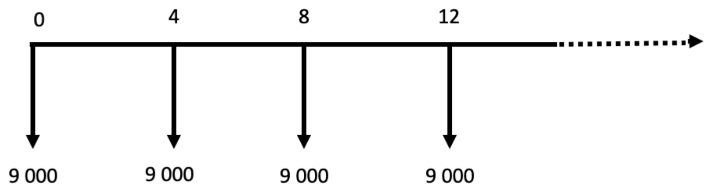
Noras kompis August funderar på två projekt som sektionen kan investera i och vill ha din hjälp om vilket som är mest lönsamt. Använd kalkylränta på 8 %. I tabellen presenteras kassaflödena.

	År 0	***År 1***	***År 2***
Projekt A	−170 000	120 000	140 000
Projekt B	−220 000	172 000	140 000

c) Räkna ut internräntan (IRR) för dessa två projekt. (1p)
d) Är det lämpligt att använda sig av IRR-metoden i detta fall? Motivera! (2p)

Ett annat investeringsalternativ är en kedjeinvestering, se nedan.

e) Beräkna nuvärdet av följande oändliga kedjeinvestering, där kalkylräntan är 8 %. (1p)



TPPE24 Facit tentamen 20190820

Uppgift 1

a) Sant
b) Sant
c) Sant
d) Falskt
e) i
f) i, ii, iii, iv
g) Jämförelse med NPV-metoden tar inte hänsyn till möjligheten att göra en ny investering vid slutet av livslängden för det kortare projektet. En bättre jämförelse kan istället göras med kedjeinvesteringsmetoden eller med hjälp av annuiteter för de båda projekten.
h) I ett "coordination game" finns det två jämviktslösningar där den ene är paretooptimal. Detta betyder att båda spelares utdelning kan förbättras genom koordinering och kommunikation. Detta är typiskt fallet för industriella standarder eller dokument på gemensamt språk.

Uppgift 2

Derivatan av nyttofunktionen är:

$$\frac{dU_a}{dp} = B + Dq$$

$$\frac{dU_a}{dq} = C + Dp$$

Eftersom att $0 < \left(-C/D\right) < 1$ och $0 < \left(-B/D\right) < 1$, så har vi $p^* = \left(-C/D\right)$ and $q^* = \left(-B/D\right)$ vilket leder till $U_a(p^*) = U_a(q^*) = A - BC/D$

Uppgift 3

a) Svar: A3 med värdet 12/3
b) Svar: A1 med värdet 2
c) Svar: A3 med värdet 9
d) Svar: A1 eller A3 med värdet 2.6
e) Svar: A3 med värdet 3

Uppgift 4

a)

u'(x) = 1/(10+x)
u''(x) = -1/(10+x)^2
Oavsett värde på x så är alltid u''(x) < 0 → Konkav nyttofunktion → Riskavert

b)
u(delta) ≥ u(avstå)
För Clara:
0,5*ln(10+12γ)+0,5*ln(10-6γ) ≥ ln(10+0) →
ln(10+12γ)+ln(10-6γ) ≥ 2*ln(10) →
ln((10+12γ)*(10-6γ)) ≥ ln(10^2) →

$(10+12\gamma)*(10-6\gamma) \geq 10^2 \rightarrow$
$100 + 60\gamma - 72\gamma^2 \geq 100 \rightarrow$
$\gamma(60-72\gamma) \geq 0 \rightarrow$
$0 \leq \gamma \leq 60/72$ $(=5/6)$

För Felix:

Symmetri gäller, vilket ger: $1-\gamma \geq 0$ & $1-\gamma \leq 5/6 \rightarrow 1/6 \leq \gamma \leq 1$
Området där båda vill delta blir därmed: $1/6 \leq \gamma \leq 5/6$
c)

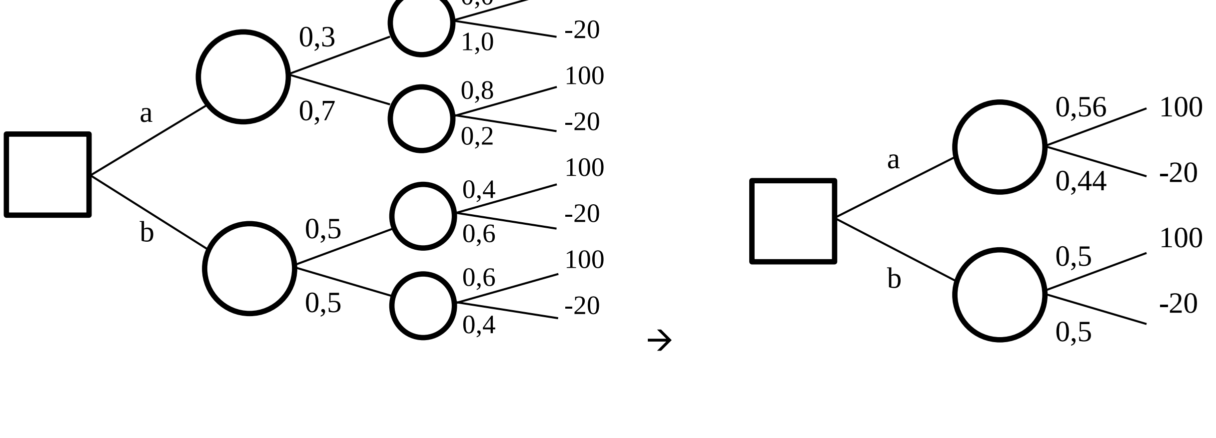
För Clara:
$u_c(\gamma) = 0,5*\ln(10+12\gamma) + 0,5*\ln(10-6\gamma)$
$u_c'(\gamma) = 0,5*12/(10+12\gamma) + 0,5*(-6)/(10-6\gamma)$
Vill sätta derivatan till noll för att hitta extrempunkt.
$u_c'(\gamma) = 0 \rightarrow$
$0,5*12/(10+12\gamma) + 0,5*(-6)/(10-6\gamma) = 0 \rightarrow$
$0,5*12*(10-6\gamma)/((10+12\gamma)*(10-6\gamma)) - 0,5*6*(10+12\gamma)/((10+12\gamma)*(10-6\gamma)) = 0 \rightarrow$
$3*((2*(10-6\gamma)-(10+12\gamma)) / ((10+12\gamma)*(10-6\gamma))) = 0$
Ser här att oavsett värde på γ (som endast kan ligga i intervallet $0 \leq \gamma \leq 1$) så kommer aldrig nämnaren bli noll. Därför behöver vi endast undersöka täljaren:
$2*(10-6\gamma)-(10+12\gamma) = 0 \rightarrow$
$20-12\gamma-10-12\gamma = 0 \rightarrow$
$10 - 24\gamma = 0 \rightarrow$
$\gamma = 10/24$ $(= 5/12)$
Vilket är en maxpunkt eftersom vi tidigare tagit reda på att nyttofunktionen är konkav.

För Felix:
Symmetri gäller, vilket ger: $1-\gamma = 5/12 \rightarrow \gamma = 7/12$

Paretosuperior är det området mellan bådas maxpunkter: $5/12 \leq \gamma \leq 7/12$
Paretooptimal ska uppfylla paretosuperiorens krav samt villkoret att båda vill delta. Eftersom Paretosuperiorens krav är mer strikt än villkoret för deltagande så blir paretooptimalen samma som paretosuperioren. Alltså: $5/12 \leq \gamma \leq 7/12$

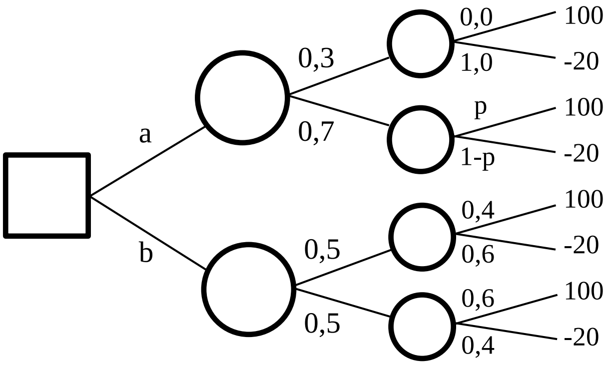
d)

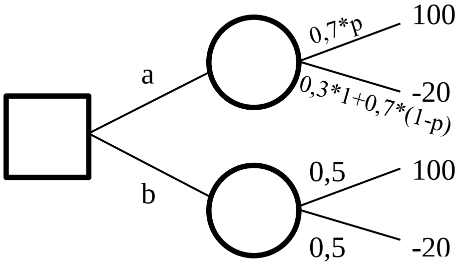
Gör om utdelningarna i FIGUR 2 till lotterier med motsvarande CME:



Här ser vi att Clara väljer alternativ a då det är större sannolikhet att hon vinner 100kr där.

e)





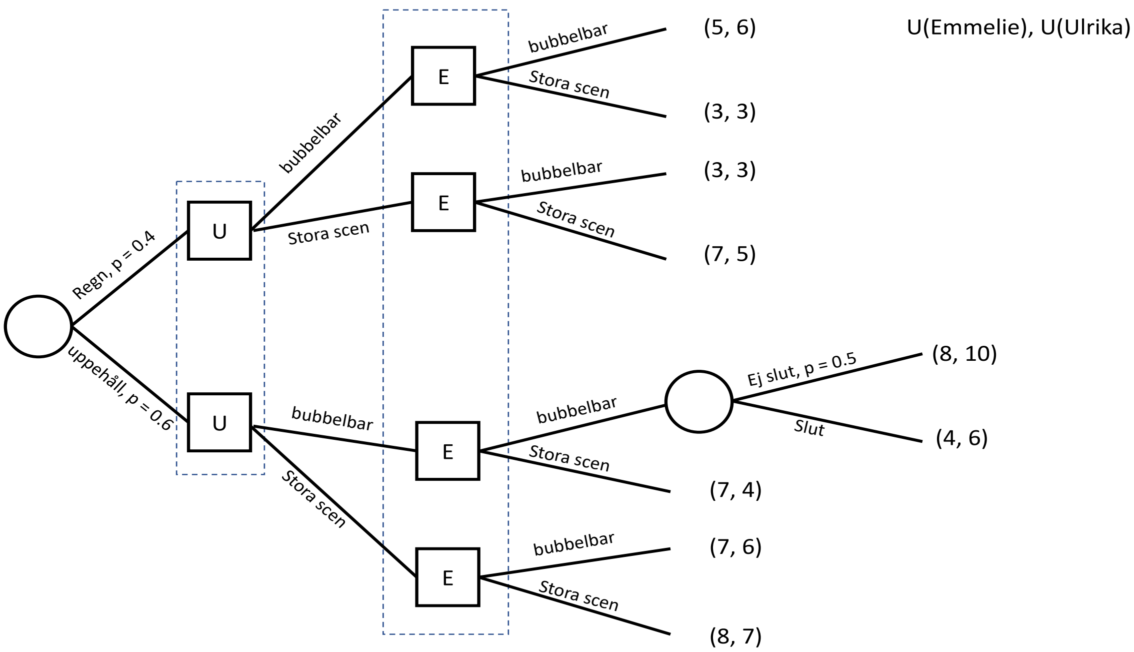
För att Clara ska vara likgiltig mellan a och b måste 0,7*p = 0,5 → p = 5/7
Alltså, för att Clara ska välja alternativ b så måste sannolikheten vara mindre än eller lika med 0,71 alternativt så ska X ha värdena 50, 0, -10 och -20.

Uppgift 5

a) Vädret ges av en chanspunkt. De vet ej utfallet. Ulrika kommer först till området och väljer därför först, Emmelie därefter. Emmelie vet inte om Ulrikas val.

Ulrika och Emmelie har identiska strateger – de kan vardera antingen gå till:
- Bubbelbaren (B)
- Scenen (S)

Informationsrum – det område där en spelare med säkerhet vet sig befinna sig inom. Markeras med streckade linjer kring berörda beslutspunkter och ses nedan.
Spelet kan inte delas upp i några sanna delspel – då bryts informationsrum.



b) Informationsstruktur:
   - **Imperfekt information.** Alla beslutspunkter skapar inte egna informationsrum.
   - **Osäker information.** Vi har chanspunkt efter beslutspunkter – naturen drar ej först.
   - **Symmetrisk information.** Spelarna har lika mycket information.
   - **Ofullständig information.** Spelarna ser inte naturens utfall.

POÄNGTAPP:
2p avdrag om inga motiveringar oavsett rätt eller fel
½ p avdrag per felaktigt påstående eller felaktig/avsaknad av motivering

c) Uppdatera beslutspunkten med förväntad utdelning från chanspunkten till höger i spelträdet. De två utdelningsmatriserna sätts ihop med hänsyn till deras sannolikheter:

(U(Emmelie), U(Ulrika))

Regn

Ulrika Emmelie	Bubbelbar		Scen	
Bubbelbar	5	6	3	3
Scen	3	3	7	5

(U(Emmelie), U(Ulrika))

Uppehåll

Ulrika Emmelie	Bubbelbar		Scen	
Bubbelbar	6	8	7	6
Scen	7	4	8	7

(U(Emmelie), U(Ulrika))

SAMMANVÄGT (P(Uppehålll) = 0.6, P(Regn) = 0.4))

Ulrika Emmelie	Bubbelbar		Scen	
Bubbelbar	[5,6]	[7,2]	5,4	4,8
Scen	5,4	3,6	[7,6]	[6,2]

Två starka nashjämvikter i B,B samt S, S. Inga NE, ne, ide.

d) Vi ansätter att Emmelie spelar strategi B med sannolikheten q och att Ulrika spelar strategi B med sannolikheten p. Vi beräknar EU(Spelare) och löser ut p, q:

	(U(Emmelie), U(Ulrika))							
		(p)			(1-p)			
	Ulrika	Bubbelbar			Scen			EU(Emmelie
	Emmelie							
(q)	Bubbelbar	5,6	7,2		5,4	4,8		5.4+0.2p
(1-q)	Scen	5,4	3,6		7,6	6,2		7.6-2.2p
	EU(Ulrika)		3.6+3.6q			6.2-1.4q		

Vi löser ut p respektive q från våra nyttofunktioner. Detta ger p = 0.9166 och q = 0.52.
Blandad strategi för Emmelie är således att spela Strategi B 52% av gångerna (och strategi S annars) och för Ulrika att spela strategi B 91.66% av gångerna (och strategi S annars).
Sannolikheten att båda spelar strategi B och ses vid bubbelbaren är:
p * q = 0.52 * 0.9166 = 0.4766 = 47.66 %.

Uppgift 6

a) Ställ upp givna värden och räkna ut NPV för båda alternativen. Kalkylränta på 8 %.

Solar Power;
Grundinvestering: 40 000 kr
Intäkter (år 1-5): 17 000 kr/år
Kostnader (år 1): 3 000 kr
Kostnader (år 2): 7 000 kr
Kostnader (år 3-5): 10 000 kr/år
Restvärde: 8 000 kr

$$NPV_{Solar\ Power} = -40000 + \sum_{i=1}^{5} \frac{17000}{(1+0.08)^i} - \frac{3000}{(1+0.08)} - \frac{7000}{(1+0.08)^2} - \sum_{i=3}^{5} \frac{10000}{(1+0.08)^i} + \\ + \frac{8000}{(1+0.08)^5} \approx 2447{,}1\ kr$$

Eco- friendly;
Grundinvestering: 75 000 kr
Intäkter (år 1-5): 22 000 kr/år
Kostnader (år 1-5): 6 000 kr/år
Restvärde år 5: 17 000 kr

$$NPV_{Eco-friendly} = -75000 + \sum_{i=1}^{5} \frac{22000}{(1+0.08)^i} - \sum_{i=1}^{5} \frac{6000}{(1+0.08)^i} + \frac{17000}{(1+0.08)^5} \approx 453.3\ kr$$

Då $NPV_{Solar\ Power} > NPV_{Eco-friendly}$ => **Solar Power är den mest lönsamma investeringen**

b) NPV med skatt och inflation för *Eco-friendly*
$s = 0.22$

$h = 0.02$
$r_{Rf} = 0.08$

Vi har sambanden

$$(1 + r_{Nf}) = (1 + r_{Rf})(1 + h) \quad (1)$$
$$r_{Ne} = (1 - s) \cdot r_{Nf} \quad (2)$$
$$(1 + r_{Ne}) = (1 + r_{Re})(1 + h) \quad (3)$$

$$(1)\ (2)\ (3)\ ger \begin{cases} r_{Ne} \approx\ 7.92\ \% \\ r_{Re} \approx 5.81\ \% \end{cases}$$

Avskrivningarna sker enligt en kombination av 30-regeln och 20-regeln som ger högst avskrivning varje år.

	Book value		Avskrivning		Högst avskrivning (a_i)
År	**30-regeln**	**20-regeln**	**30-regeln**	**20-regeln**	
0	75 000	75 000			
1	52 500	60 000	22 500	15 000	22 500
2	36 750	45 000	15 750	7 500	15 750
3	25 725	30 000	11 025	6 750	11 025
4	18 000.7	15 000	7724.3	10 725	10 725
5	12 605.25	0	2394.75	15 000	15 000

Hela kolumnen ska summera till 75 000 kr.

Då bokvärdet är 0 kr år 5 men systemet har ett restvärde på 17 000 kr innebär det en beskattning på 22 % då systemet säljs.

$$NPV = -G + s\sum_{i=1}^{5}\frac{a_i}{(1 + r_{Ne})^i} + (1 - s)\sum_{i=1}^{5}\frac{I - U}{(1 + r_{Re})^i} + (1 - s)\frac{S}{(1 + r_{Re})^5}$$

där a_i är från tabellen ovan.

$$NPV = -75000 + 0.22\sum_{i=1}^{5}\frac{a_i}{(1 + 0.0792)^i} + (1 - 0.22)\sum_{i=1}^{5}\frac{22000 - 6000}{(1 + 0.0581)^i} + (1 - 0.22)\frac{17000}{(1 + 0.0581)^5}$$
$$\approx \mathbf{1326.3\ kr\ (1327.4\ kr\ exakt)}$$

c) IRR för de två projekten, sätt $NPV = 0$
a)

$$NPV_A = -170000 + \frac{120000}{(1 + IRR_A)} + \frac{140000}{(1 + IRR_A)^2} = 0 \implies \boldsymbol{IRR_A \approx 32.7}\ \%$$

$$NPV_B = -220000 + \frac{172000}{(1 + IRR_B)} + \frac{140000}{(1 + IRR_B)^2} = 0 \implies \boldsymbol{IRR_B \approx 27.9}\ \%$$

$$\boldsymbol{IRR_A > IRR_B \implies Projekt\ A}\text{ är }\boldsymbol{att\ föredra}$$

d) Fisher-rate, Sätt $NPV_A = NPV_B$

$$= -170000 + \frac{120000}{\left(1 + r_{fisher}\right)} + \frac{140000}{\left(1 + r_{fisher}\right)^2} = -220000 + \frac{172000}{\left(1 + r_{fisher}\right)} + \frac{140000}{\left(1 + r_{fisher}\right)^2} \Rightarrow \boldsymbol{r_{fisher}} = \mathbf{4.0}\ \%$$

Då $\boldsymbol{r_{kalkylränta} = 8\ \% > r_{fisher} = 4\ \%}$ så är internräntemetoden lämplig att använda sig av.

(Såväl NPV-metoden som IRR-metoden ger samma rangordning av projekten)

e) Nuvärdet av en kedjeinvestering

$$NPV_{k=} = \frac{NPV_L}{(1 - (1 + r)^{-N})}$$

$$NPV_{k=} = 9000 \cdot \frac{0.08}{1 - 1.08^{-4}} \approx 33966\ \boldsymbol{kr}$$