Försättssida för: TMHL07/TEN2 i Linköping

Lösningsförslag

Datum för tentamen	2012-08-22
Sal	TER3
Tid	8-12
Kurskod	TMHL07
Provkod	TEN2
Kursnamn/benämning	Hållfasthetslära – Grundkurs Skriftlig tentamen
Institution	IEI
Antal uppgifter som ingår i tentamen	8
Antal blad på tentamen (inkl. försättsblad)	7
Jour/Kursansvarig	Bo Torstenfelt
Telefon under skrivtid	Under tentamen nås Bo Torstenfelt på 281109 / 0708-396 439
Besöker salen ca kl.	
Kursadministratör (namn + tfnnr + mailadress)	Lena Sundling, 013-28 11 06 lena.sundling@liu.se

Viktig information fortsätter på baksidan

Försättssida för: TMHL07/TEN2
i Linköping

Hjälpmedel

På Del I (teoridel) får inga hjälpmedel användas förutom räknedosa. Frågorna besvaras direkt på tesen. Tentanden avgör själv när hon/han ska lämna in del I. Detta meddelas till vakthavande genom att eleven räcker upp handen. Tentanden får då ut del II (problemdel) och får ta fram hjälpmedel enligt nedanstående.

Formelsamling i Hållfasthetslära, KTH
Kortsammanfattningar av respektive föreläsning
Standard Math Tables
Beta, Tefyma, Physics handbook
Räknedosa
T Dahlberg: Teknisk hållfasthetslära, Studentlitteratur Lund
T Dahlberg: Formelsamling i hållfasthetslära. Supplement till Teknisk hållfasthetslära, Studentlitteratur, Lund
T Dahlberg: Formelsamling i hållfasthetslära. Engelsk nätupplaga
Hållfasthetslära Teori; TRU Stocksund 1977

Betyg:	3	4	5
ECTS	C	B	A
Poäng:	6-8	9-11	12-16

Lösningarna anslås på kursens hemsida efter skrivningens slut.

Rättningen beräknas vara klar senast 2012-09-06. Därefter lämnas skrivningarna till expeditionen (hus A, ingång 19) för granskning/avhämtning.

TEKNISKA HÖGSKOLAN I LINKÖPING
IKP
Bo Torstenfelt

TENTAMEN
Hållfasthetslära; grundkurs (TMHL07/TMHL14)
2012-08-22

Del I (teoridel)

Namn: . . . .

1. En rak kropp med längden L och en konstant tvärsnittsarea A belastas i sin längdriktning av en dragkraft F samt utsätts för en temperaturhöjning ΔT. Härled en formel för hur förlängningen δ hos kroppen kan beräknasom kroppen antas ha elasticitetsmodul E, längdutvidgningskoefficienten α och vidare kan antas att $\delta << L$! (1p)

$$\sigma = F/A$$

$$\varepsilon^{tot} = \frac{\delta}{L} = \varepsilon^{elast} + \alpha \Delta T$$

$$\sigma = E\,\varepsilon^{elast}$$

$$\Rightarrow$$

$$\delta = L\left(\frac{\sigma}{E} + \alpha \Delta T\right)$$

$$\delta = \frac{FL}{EA} + L\alpha\Delta T$$

TEKNISKA HÖGSKOLAN I LINKÖPING
IKP
Bo Torstenfelt

TENTAMEN
Hållfasthetslära; grundkurs (TMHL07/TMHL14)
2012-08-22

Del I (teoridel)

AID nummer: . . . .

2. I vår kurs har vi begränsat oss till studier av s.k. Plan Böjning. Vilken egenskap måste en balks tvärsnitt uppvisa för denna begränsning skall vara tillämplig? (1p)

~~Att~~ tvärsnittet har ett symmetriplan i det plan som belastningen verkar.

TEKNISKA HÖGSKOLAN I LINKÖPING
IKP
Bo Torstenfelt

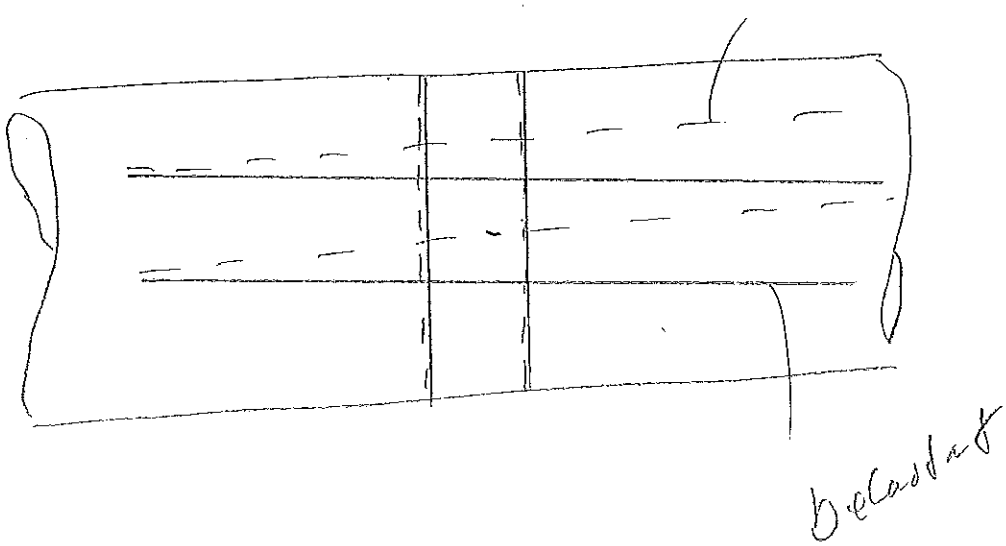
TENTAMEN
Hållfasthetslära; grundkurs (TMHL07/TMHL14)
2012-08-22

Del I (teoridel)

Namn: . . . .

3. Beskriv det deformationsantagande vi använt vid studium förvridning och skjuvspänningar hos axlar. Rita gärna figur! (1p)

– Plana tvärsnitt förblir plana



TEKNISKA HÖGSKOLAN I LINKÖPING
IKP
Bo Torstenfelt

TENTAMEN
Hållfasthetslära; grundkurs (TMHL07/TMHL14)
2012-08-22

Del I (teoridel)

AID nummer: . . . .

4. Vid t.ex. studium av s.k. "tjockväggiga rör" har man två olika möjligheter när det gäller hur man resonerar kring beteendet i axiell led (z-led). Vad kallas dessa båda antaganden och vad innebär dessa. (1p)

Antingen

Plant Spänningstillstånd

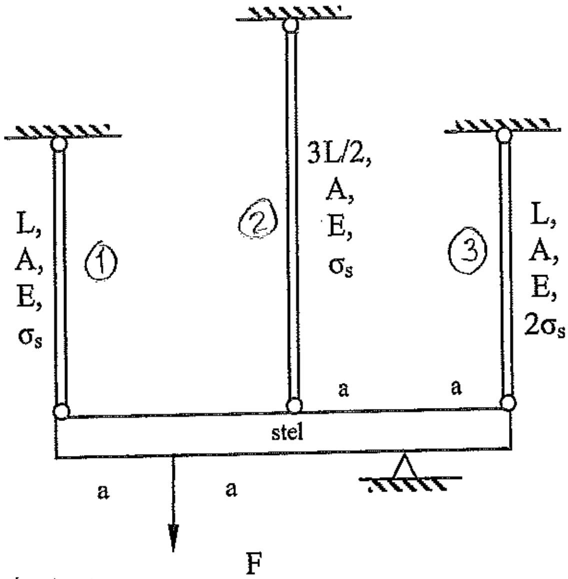
$\Rightarrow \sigma_z = 0$

eller

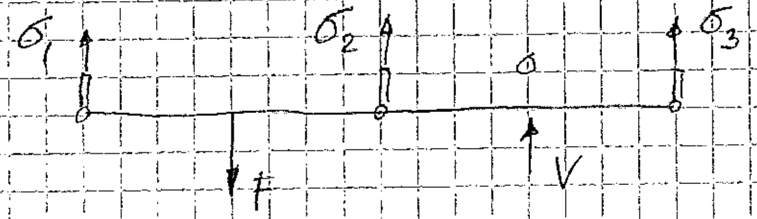
Plant Deformationstillstånd

$\Rightarrow \varepsilon_z = 0$

5. En stel horisontell kropp är uppburen av tre elastiska stänger. Bestäm flytlastförhöjningen β. Samtliga tre stänger kan antas vara linjärt elastiskt ideal-plastiska. (3p)



- Snitta o frilägg



$\curvearrowleft 0$: $\sigma_1 A 3a + \sigma_2 A a - \sigma_3 A a - F 2a = 0$ (1)

- Deformationssamband

$\delta_1 = 3\delta_2 \Rightarrow \varepsilon_1 L = 3 \varepsilon_2 3L/2$

$2\varepsilon_1 = 9\varepsilon_2$ (2)

$\delta_2 = \delta_3 \Rightarrow \varepsilon_2 3L/2 = -\varepsilon_3 L$

$3\varepsilon_2 = -2\varepsilon_3$ (3)

- Materialsamband

$\sigma_1 = E\varepsilon_1$ (4)

$\sigma_2 = E\varepsilon_2$ (5)

$\sigma_3 = E\varepsilon_3$ (6)

- Ekv (1) - (6) $\Rightarrow$

$$\sigma_1 = \frac{9}{16}\frac{F}{A}\ ,\ \sigma_2 = \frac{2}{16}\frac{F}{A}\ ,\ \sigma_3 = -\frac{3F}{16A}$$

$\therefore$ Stång ① plast. först

$$\sigma_1 = \sigma_s \Rightarrow F = F_s = \frac{16}{9}\sigma_s A$$

- För kollaps krävs att samtliga stänger plasticerar

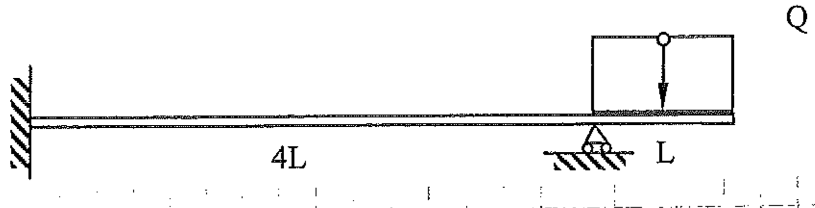
$\therefore$ $\sigma_1 = \sigma_s$; $\sigma_2 = \sigma_s$ o $\sigma_3 = -2\sigma_s$

ekv (1) $\Rightarrow$ då F^*

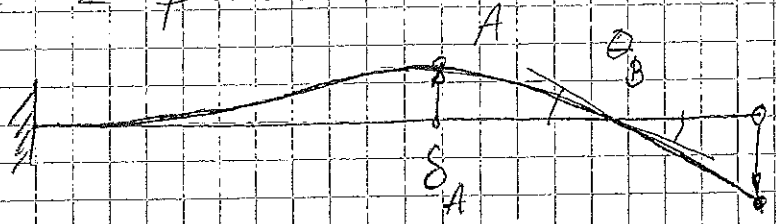
$$F^* = (3 + 1 + 2)\,\sigma_s A/2 = 3\sigma_s A$$

$$\beta = \frac{F^*}{F_s} - 1 = \frac{3 \cdot 9}{16} - 1 = \frac{11}{16} \approx 69\%$$

6. En rak elastisk balk med längden 5L är belastad med en konstant last/l.e. vars totala resultant är Q. Bestäm den till beloppet största vertikala förskjutningen som förekommer i balken! Balken kan antas ha ett rektangulärt tvärsnitt med bredden b och höjden h = 4b. Elasticitetsmodulen E är också given. (3p)

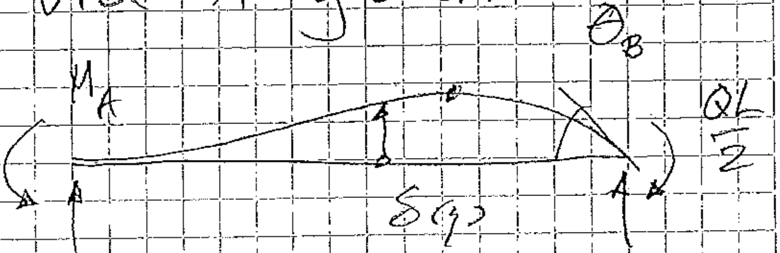


- Förskjutningen behöver beräknas i 2 punkter



$$\delta_B = \theta_B L + \frac{QL^3}{8EI}$$

- Vid A gäller:



$$\theta_A = 0 \Rightarrow M_A = -QL/4$$

$$\Rightarrow \delta(\xi) = \frac{(4L)^2}{6EI}\left(-(2\xi - 3\xi^2 + \xi^3) + 2(\xi - \xi^3)\right]\frac{QL}{4}$$

$$\delta(\xi) = 2(\xi^2 - \xi^3)\,QL^3/EI$$

$$\frac{d\delta}{d\xi} = 0 \text{ då } \xi = 2/3 \Rightarrow$$

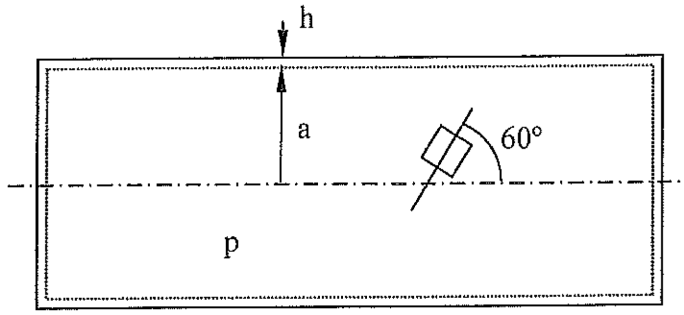
$$\delta_A = \delta\left(\tfrac{2}{3}\right) = 8QL^3/27EI$$

$$\theta_B = M_A\,4L/6EI + M_B\,4L/3EI = QL^2/2EI$$

$$\delta_B = 5QL^3/8EI \quad \therefore \quad \delta_B > \delta_A$$

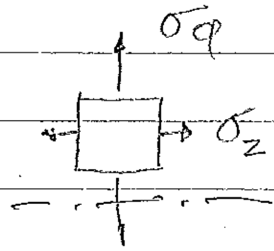
Svar: $\delta_{max} = 5QL^3/8EI$

7. Ett tunnväggigt cirkulärt tryckkärl med radien a och godstjockleken h är utsatt för ett inre övertryck p. Bestäm spänningstillståndet på mantelytan långt från gavlarna. Beräkna normalspänningar och skjuvspänning för ett tillstånd där riktningarna är förskjutna 60° jämfört med centrumlinjen. (3p)



– Spänningarna i tryckkärlet är

$$\sigma_\varphi = \frac{a}{h}p \; ; \; \sigma_z = \frac{a}{2h}p$$



– Vrid detta sp. tillstånd till de efterfrågade riktningarna

$$\sigma(\varphi) = \sigma_z \cos^2\varphi + \sigma_\varphi \sin^2\varphi$$

$$\tau(\varphi) = \frac{1}{2}(\sigma_\varphi - \sigma_z)\sin 2\varphi$$

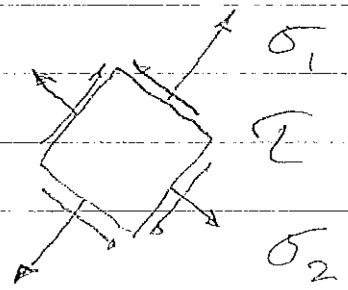
$\Rightarrow$

$$\tau = \sqrt{3}\,ap/8h$$

$$\sigma_1 = \sigma(60°) = 7ap/8h$$

$$\sigma_2 = \sigma(-30°) = 5ap/8h$$

Svar:



8. Ett tjockväggigt rör med innerradien a och ytterradien 2a skall krypas på en stel axel. Hur stort radiellt grepp Δ skall då väljas om maximal effektivspänning enligt Tresca efter montage skall motsvara halva sträckgränsen σ_s. E–modulen E och Poisson's tal ν kan antas givna. Vidare kan plant spänningstillstånd antas råda. (3p)

- Använd teorin för tjockväggiga rör

$$\sigma_r = A - \frac{B}{r^2} \qquad \sigma_\varphi = A + \frac{B}{r^2}$$

- A och B fås ur två randvillkor

$$\sigma_r(2a) = 0 \quad (1)$$
$$u(a) = \Delta \quad (2)$$

$\Rightarrow$

$$A - B/4a^2 = 0$$

$$a\left[(1-\nu)A + (1+\nu)\frac{B}{a^2}\right]/E = \Delta$$

- Effektivspänning enl. Tresca

$$\sigma_{e_T} = \sigma_1 - \sigma_3 \quad \text{om } \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$$

antag $\sigma_1 = \sigma_\varphi > 0 \quad \sigma_3 = \sigma_r \leq 0$

$\sigma_2 = \sigma_z = 0$

$\Rightarrow$

$$\sigma_{e_T} = \sigma_\varphi - \sigma_r = 2\frac{B}{r^2}$$

där $B = \dfrac{4aE\Delta}{(5+3\nu)}$

$\sigma_{e_{T\max}}$ då $r = a$ $\Rightarrow$

$$\frac{8E\Delta}{a(5+3\nu)} = \frac{\sigma_s}{2}$$

Svar: $\Delta = \sigma_s a(5+3\nu)/16E$