



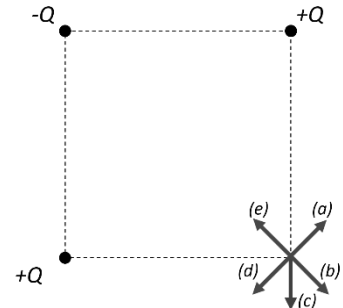
Lösningar - Tentamen i Fysik TFYA86

Onsdag 2019-11-01 kl. 8:00-13:00

Del A. Elektromagnetism

Uppgift A1, teori (2p)

I. Vilken riktningsvektor representerar bäst det elektriska nettofältet från de tre punktladdningarna i det fjärde hörnet av kvadraten?



(b)

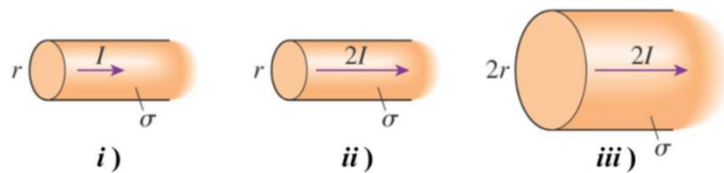
II. En ensam $+$ laddning befinner sig inuti en ballong. Vilket påstående nedan gäller för nettoflödet av det elektriska fältet genom ballongens yta, Φ_E ?

c) Φ_E påverkas ej av att ballongen blåses upp och blir större.

III. Vilket/vilka av följande påståenden rörande en laddad partikel placerad i ett magnetfält är sanna?

a) En magnetisk kraft utövas på partikeln endast om den är i rörelse.

IV. Rangordna de tre ledarnas strömtätheter från högst till lägst. Konduktiviteten är densamma för alla ledare.

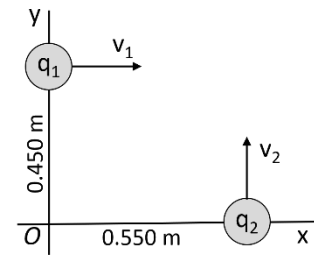


$$J_{ii} > J_i > J_{iii}$$

Uppgift A2 (4p)

Punktladdningarna $q_1 = 8,00 \mu\text{C}$ och $q_2 = -5,00 \mu\text{C}$ rör sig med hastigheterna $v_1 = 9,00 \cdot 10^4 \text{ m/s}$ och $v_2 = 6,50 \cdot 10^4 \text{ m/s}$ med riktningar givna i figuren.

Beräkna det resulterande magnetfältets storlek och riktning i origo när partiklarna befinner sig på positionerna illustrerade i figuren.



$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$$

Här är $\vec{v} \perp \hat{r}$ så $|\vec{v} \times \hat{r}| = v$ och har riktning enligt högerhandsregeln.

$$\begin{aligned} \vec{B}_0 &= \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{q_1 \cdot v_1}{r_1^2} (-\hat{z}) + \frac{q_2 \cdot v_2}{r_2^2} (+\hat{z}) \right) \\ &= \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{4\pi} \left(\frac{8,00 \cdot 10^{-6} \cdot 9,00 \cdot 10^4}{0,450^2} (-\hat{z}) + \frac{-5,00 \cdot 10^{-6} \cdot 6,50 \cdot 10^4}{0,550^2} (+\hat{z}) \right) = 4,63 \cdot 10^{-7} (-\hat{z}) \end{aligned}$$

Svar: $4,63 \cdot 10^{-7} \text{ T}$ riktat i $-\hat{z}$, dvs in i pappret.

Uppgift A3 (4p)

Du har en pingisboll (ihålig celluloidplast) med diameter 44 mm. Bollens vägg har en försumbar tjocklek och bollen är fylld med en gas som har en nettoladdning.

a) Hur många överskottselektroner måste fördelas jämnt inuti pingisbollen för att ge upphov till ett elektriskt fält med elektrisk fältstyrka 5410 V/m precis utanför bollens yta? (1p)

b) Bestäm den elektriska fältstyrkans storlek och riktning (riktningen anges i förhållande till bollens yta) (i) 1,0 cm innanför bollväggen och (ii) 8,0 cm utanför bollväggen. (3p)

a) Utanför en sfärisk laddningsfördelning kan man se laddningen som en punktladdning placerad i sfärens centrum.

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

$$Q = 4\pi\epsilon_0 r^2 E = \frac{0,022^2 \cdot 5410}{8,988 \cdot 10^9} = 2,91 \cdot 10^{-10} \text{ C}$$

Antal elektroner:

$$\frac{2,91 \cdot 10^{-10}}{1,602 \cdot 10^{-10}} = 1,82 \cdot 10^9 \text{ st}$$

b) Laddningstätheten i sfären:

$$\rho = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{4\pi r^3/3} = \frac{2,91 \cdot 10^{-10}}{4\pi 0,022^3/3} = 6,52 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}^3$$

Inuti sfären ($r = 12 \text{ mm}$) använd Gauss sats. Sfärisk yta med radie 12 mm. E-fältet är riktat radiellt.

$$\Phi_E = E(r)A = E(r)4\pi r^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} 4\pi r^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho V}{r^2} 4\pi r^2 = \frac{\rho V}{\epsilon_0}$$

$$E(r) = \frac{\rho V}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\rho 4\pi r^3/3}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\rho r}{3\epsilon_0} = \frac{6,52 \cdot 10^{-6} \cdot 0,012}{3 \cdot 8,854 \cdot 10^{-12}} = 2,95 \cdot 10^3 \text{ V/m}$$

8 cm utanför sfären:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} = 8,988 \cdot 10^9 \cdot \frac{2,91 \cdot 10^{-10}}{0,102^2} = 251 \text{ V/m}$$

Svar: a) $1,82 \cdot 10^9$ st och b) (i) $2,95 \cdot 10^3 \text{ V/m}$ (ii) 251 V/m riktat inåt, ty negativ laddning.

Uppgift A4 (4p)

Magnetisk resonanstomografi (MR) är en medicinsk teknik som används för att avbilda kroppen och upptäcka exempelvis cancertumörer. Patientens kroppsdel placeras i en spole som är 40 cm i diameter och 1,0 m lång. En 100 A stor ström skapar ett 5,0 T stort B-fält inuti spolen. För att inte skada patienten är det viktigt att magnetfältet inte stängs på eller av för snabbt. Kroppsvätskor är ledande och en förändring i magnetfältet kan leda till att strömmar går genom patienten. Antag att patienten har en typisk tvärsnittsarea om 0,060 m².

a) Hur många varv har spolen? (1p)

b) Vilket är det minsta tidsintervall som kan användas för att stänga på eller av magnetfältet om den inducerade emf:en i patientens kropp inte ska överstiga 0,10 V? (3p)

a) Beräkna antalet varv per längdenhet

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l}$$
$$N = \frac{Bl}{\mu_0 I} = \frac{5,0 \cdot 1,0}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 100} = 40\,000$$

b) Den inducerade emf:en beror på flödesförändringen i kroppen:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{dAB}{dt} = -A\frac{dB}{dt}$$

Emf:en får vara max 0.10 V

$$-\frac{\varepsilon}{A} = \frac{dB}{dt} = \frac{\Delta B}{\Delta t}$$
$$\Delta t = -\frac{\Delta B \cdot A}{\varepsilon} = -\frac{-5,0 \cdot 0,060}{0,10} = 3,0$$

Svar: a) 40 000 varv, b) 3,0 s.

Uppgift A5 (4p)

Dynamiskt minne eller Dynamiskt RAM (DRAM) är ett flyktigt läs- och skrivbart datorminne som ofta används som arbetsminne och i grafikkort till datorer. Varje minnescell består av en kondensator med kapacitansen 35 fF ($1 \text{ fF} = 1 \cdot 10^{-15} \text{ F}$). Varje cell representerar ett binärt värde där 1 är när den är laddad vid 1,5 V och 0 när den är oladdad vid 0 V.

a) Hur många överskottselektroner finns på den negativa kondensatorplattan då kondensatorn är fulladdad? (1p)

b) När kondensatorn är fulladdad läcker den med ca 0.30 fC/s. Hur lång tid tar det för kondensatorn att förlora 2,0 % av sin potential? (1p)

a) Definitionen av kapacitans: $C = \frac{Q}{V}$

$$Q = CV = 3,50 \cdot 10^{-14} \cdot 1,5 = 5,25 \cdot 10^{-14}$$

Antal elektroner:

$$n = \frac{Q}{e} = \frac{5,25 \cdot 10^{-14}}{1,602 \cdot 10^{-19}} = 3,28 \cdot 10^5 \text{ st}$$

b) Potentialen efter 2 % förlust:

$$V = 1,5 \cdot 0,98 = 1,47 \text{ V}$$

Laddning på plattan blir då:

$$Q = CV = 3,50 \cdot 10^{-14} \cdot 1,47 = 5,145 \cdot 10^{-14} \text{ C}$$

Förlorad laddning:

$$Q_{fulladdad} - Q_{98\%} = 1,05 \cdot 10^{-15} \text{ C}$$

Förlorar 0,3 fC/s

$$t = \frac{1,05 \cdot 10^{-15}}{0,30 \cdot 10^{-15}} = 3,5 \text{ s}$$

Antag att kondensatorn är en parallell-plattkondensator där plattorna separeras av ett 2,0 nm tjockt dielektriskt lager med dielektricitetskonstanten $K = 25$.

c) Bestäm arean (i μm^2) av en kondensatorplatta. (1p)

d) Om kondensatorplattans area motsvarar halva arean av en minnescell, hur många megabytes minne kan placeras på en 3,0 cm^2 kiselwafer? (1 byte = 8 bit). (1p)

c)

$$C = \epsilon \frac{A}{d} = K\epsilon_0 \frac{A}{d}$$
$$A = \frac{Cd}{K\epsilon_0} = \frac{3,50 \cdot 10^{-14} \cdot 2,0 \cdot 10^{-9}}{25 \cdot 8,854 \cdot 10^{-12}} = 3,162 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2 = 0,316 \mu\text{m}^2$$

d) Areal av en minnescell:

$$2 \cdot 0,316 = 0,632 \mu\text{m}^2 = 6,32 \cdot 10^{-9} \text{ cm}^2$$

Antal celler på en 3,0 cm^2 kiselwafer:

$$\frac{3,0}{6,32 \cdot 10^{-9}} = 4,75 \cdot 10^8$$

Antal megabytes:

$$\frac{4,75 \cdot 10^8}{8 \cdot 10^6} = 59 \text{ megabyte}$$

Svar: a) $3,28 \cdot 10^5$ st, b) 3,5 s, c) $0,316 \mu\text{m}^2$ och d) 59 megabyte

Del B. Optik

Uppgift B6, teori (2p)

I. Två källor sänder ut ljus cirkulärt i alla riktningar. Källorna sänder ut ljuset i fas. För att få konstruktiv interferens i en punkt P krävs att

a) Skillnaden i avstånd till P från de båda källorna är ett jämnt antal våglängder.

II. Ljus med våglängden λ och frekvensen f passerar genom en enkelspalt och diffraktionsmönstret fångas på en skärm placerad på avståndet D från spalten. Vilken/vilka av följande förändringar gör att bredden på det centrala maximumet minskar?

c) Minska ljusets våglängd.

d) Minska avståndet mellan spalten och skärmen.

III. Mikrovågor har en våglängd i storleksordningen cm. Linjärt polariserade mikrovågor kan stoppas med ett metallgaller där avstånden mellan metallpinnarna är i samma storleksordning som mikrovågornas våglängd. Förklara kortfattat vad som händer då du placerar ett metallgaller framför en horisontellt polariserad mikrovåg. Kommer mikrovågorna att kunna passera gallret när metallstavarna är orienterade vertikalt eller horisontellt?

Om mikrovågornas polarisation är horisontell så innebär det att det elektriska fältet svänger i det horisontella planet. När mikrovågorna infaller på ett horisontellt orienterat galler kommer elektronerna i metallstavarna att påverkas av det elektriska fältet och börja röra sig. Det innebär att energin i det elektriska fältet överförs till elektronerna i metallen och alltså att vågen absorberas. För ett vertikalt orienterat galler så kan elektronerna inte röra sig i horisontalled vilket innebär att de inte kan absorbera vågen som därför passerar gallret obehindrat.

IV. En linjärt polariserad elektromagnetisk våg utbreder sig i positiv z-riktning. Dess elektriska fält svänger längs med en axel (positiv eller negativ x- eller y-axel). Bestäm de möjliga riktningarna för det elektriska och magnetiska fältet.

Vågens utbredningsriktning ges av $\vec{E} \times \vec{B}$. Kryssprodukten är riktad i positiv z-riktning om \vec{E} är riktad i positiv x-riktning och \vec{B} i positiv y-riktning, om \vec{E} är riktad i negativ x-riktning och \vec{B} i negativ y-riktning, om \vec{E} är riktad i negativ y-riktning och \vec{B} i positiv x-riktning eller om \vec{E} är riktad i positiv y-riktning och \vec{B} i negativ x-riktning.

Uppgift B7 (4p)

Två antenner A och B är placerade på 150 m avstånd ifrån varandra och sänder ut radiostrålning med samma våglängd i fas med varandra. Jenny har parkerat sin bil längs den linje som sammanbinder antennerna, 40 meter ifrån antenn B.

a) Bestäm den längsta våglängd som radiovågorna kan ha för att få konstruktiv interferens vid Jennys bil. (1p)

b) Antennerna sänder ut radiovågor med våglängden 9,5 m. Bestäm intensiteten av strålningen i den punkt Jenny befinner sig uttryckt i andel av den maximala intensiteten. (1p)

a) Konstruktiv interferens fås då skillnaden i väg som vågorna färdas från de båda källorna är lika med ett helt antal våglängder,

$$\Delta d = d_A - d_B = m\lambda, (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

Skillnaden i väg till de båda antennerna vid Jennys position är

$$\Delta d = 110 - 40 = 70 \text{ m}$$

Den maximala våglängden fås då $m = 1$,

$$\lambda_{max} = \frac{\Delta d}{m} = \frac{70}{1} = 70 \text{ m}$$

b) Intensiteten i ett interferensmönster från två källor ges av

$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2}$$

Fasskillnaden är

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta d = \frac{2\pi}{9,5} \cdot 70 = 46,30 \text{ rad}$$

Det ger att förhållandet i intensitet mellan den maximala och intensiteten vid Jennys position är

$$\cos^2 \frac{\phi}{2} = \cos^2 \frac{46,30}{2} = 0,160$$

Dvs intensiteten vid Jennys position är 16 % av den maximala.

Långt ifrån antennerna (så att en plan våg kan antas) står två höghus med 16 m mellanrum. Där höghusen befinner sig är radiovågornas intensitet $5,5 \text{ W/m}^2$.

c) Bestäm den eller de vinklar bakom höghusen där radioskugga uppstår relativt mittlinjen mellan höghusen. (1p)

d) Bestäm intensiteten på strålningen vid en vinkel som är 10° från mittlinjen mellan höghusen. (1p)

c) Destruktiv interferens bakom en enkelspalt sker då

$$\sin \theta = \frac{m\lambda}{a}, \lambda = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

För $m = 1$ så blir vinkeln

$$\sin \theta = \frac{1 \cdot 9,5}{16}, \rightarrow \theta = 36,4^\circ$$

För $m = 2$ är

$$\sin \theta > 1$$

Dvs, destruktiv interferens sker bara vid en vinkel (på varje sida mittlinjen) bakom höghusen. Symmetri ger att utsläckning sker också vid $-36,4^\circ$ (för $m = -1$).

d) Intensiteten i ett diffraktionsmönster bakom en enkelspalt ges av

$$I = I_0 \left(\frac{\sin A}{A} \right)^2$$

Där

$$A = \pi a (\sin \theta) / \lambda = \pi \cdot 16 (\sin 10^\circ) / 9,5 = 0,919$$

Det ger att intensiteten är

$$I = 5,5 \left(\frac{\sin(0,919)}{0,919} \right)^2 = 4,12 \text{ W/m}^2$$

Svar: a. 70 m . b. $I = 0,16I_0$ eller 16% av maximal intensitet. c. Vid 36° och -36° . d. $4,1 \text{ W/m}^2$.

Del C. Modern fysik

Uppgift C8, teori (2p)

I. Ljus kan beskrivas som ljuspartiklar, fotoner. Vilket/vilka påståenden är korrekta för en foton som rör sig i vakuum?

- c) Fotonens energi beror av dess frekvens
- d) Fotonen har rörelsemängd
- e) Fotonen är oladdad

II. Om osäkerheten i en mätning av en partikels hastighet minskar, vilket av följande påståenden är sant?

- a) Osäkerheten i mätningen av partikelns position ökar.

III. Förklara kortfattat vad som händer då små mängder av fosfor (P) tillsätts till en ren kiselkristall (Si). Hur påverkar det kiselkristallens ledningsförmåga?

Fosfor har en valenselektron mer än kisel. Det betyder att när fosforatomerna binder till kiselkristallen så kommer den extra valenselektronen att binda svagt till kiselatomerna och därmed hamna vid en energinivå som är nära ledningsbandet. I praktiken kommer alltså den extra valenselektronen att befinna sig i ledningsbandet och gör alltså att ledningsförmågan hos kristallen ökar. Den dopade kristallen kommer att leda ström genom elektroner, alltså vara en n-typ halvledare.

IV. I en litiumatom har de tre elektronerna energitillstånden $1s$, $1s$, respektive $2s$ då atomen befinner sig i grundtillståndet. Varför kan två av elektronerna båda finnas i tillståndet $1s$ och varför har den tredje ett annat tillstånd?

Pauliprincipen säger att två elektroner i en atom inte kan befinna sig i samma tillstånd. Elektronerna som befinner sig i tillståndet $1s$ har båda $n=1$ (huvudkvanttal) och $l=0$ (bankvanttal). Däremot har de olika spinnkvanttal ($+1/2$ eller $-1/2$). Spinnkvanttalet kan bara anta två värden så den tredje elektronen måste ha ett annat huvudkvanttal, $n=2$ ($2s$).

Uppgift C9 (4p)

Safir (aluminiumoxid, Al_2O_3) är en genomskinlig isolator och bandgapet mellan valensbandet och ledningsbandet är 10 eV.

Del av spektrum	Våglängd
Radiovågor	1 m – 10 km
Mikrovågor	1 mm – 1 m
Infrarött ljus	0,74 μm – 1 mm
Synligt ljus	380 nm – 740 nm
Ultraviolet ljus	1 nm – 380 nm
Röntgenstrålning	10 pm – 1 nm

a) Vilken del av del elektromagnetiska spektrumet måste en foton tillhöra för att kunna excitera en elektron från valensbandet till ledningsbandet? (1p)

b) Safirer kan anta många olika färger, till exempel är rubiner en form av safir som är förorenat av krom. Om små mängder järn eller järn och titan tillsätts till en safirkristallen så får kristallen en blå nyans.

Förklara kortfattat hur kristallens färg kan förändras genom att små mängder av andra grundämnen tillsätts. (1p)



c) Safirkristaller dopade med titan kan också användas som lasermedium i en laser som ger rött eller infrarött ljus. Atomerna i kristallen exciteras av en grön laser vilket ger *stimulerad emission* från atomerna i den *inverterad populationen*.

Förklara kortfattat de två kursiverade begreppen. (2p)

a) För att en foton ska kunna excitera en elektron över bandgapet så måste den ha en energi som är 10 eV eller större. Det motsvarar en största våglängd som är

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda}$$
$$\rightarrow \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{4,14 \cdot 10^{-15} \cdot 3,00 \cdot 10^8}{10} = 1,24 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 124 \text{ nm}$$

b) När ett annat grundämne med ett annat antal valenselektroner tillsätts kan löst bundna elektroner hamna på "nya" energinivåer – donatornivå eller acceptornivå. Det gör att bandgapet förändras och därmed förändras även vilka våglängder på ljuset som kristallen kan absorbera.

c) *Inverterad population* innebär att det finns fler atomer som är exciterade än vad det finns atomer i grundtillståndet.

Stimulerad emission innebär att de-excitationen av en exciterad atom sker då en foton med en energi som är lika stor som överskottsenergin hos den exciterade atomen träffar atomen. När atomen de-exciterar sänder den ut en foton som har samma våglängd och är i fas med fotonen som "satte igång" de-excitationen.