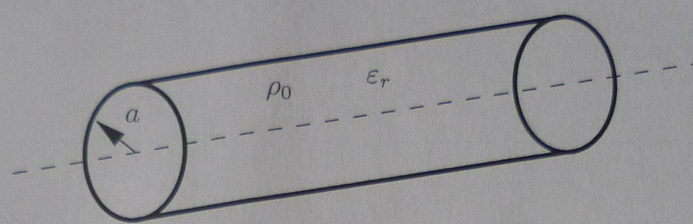
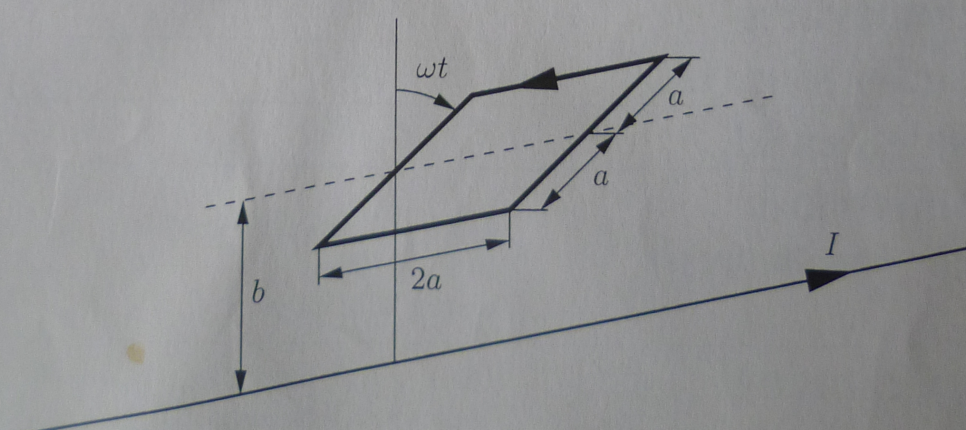
1. En mycket lång cylindrisk region med radie a innehåller en konstant frirymdladdningstäthet ρ_0. I den cylindriska regionen beskrivs de elektriska egenskaperna av den inhomogena relativa dielektricitetskonstanten $\varepsilon_r = 1 + \alpha(R/a)^2$ där α är en dimensionslös konstant och ledningsförmågan $\sigma = 0$. Utanför regionen är det vakuum och där finns det inga laddningar. Beräkna potentialen i en punkt på avståndet $10a$ från symmetriaxeln, långt från cylinderns ändar, då potentialens referenspunkt ligger på symmetriaxeln. (4p)



2. Området mellan två koaxiella cylindrar av metall är fyllt med ett material som har en konstant ledningsförmåga σ. Den yttre cylindern har en innerradie som är b och den inre cylinderns ytterradie är a. Cylindrarnas längd är L och potential skillnaden mellan cylindrarna är U. Sök den radie a som minimerar den maximala strömtätheten som uppstår någonstans mellan cylindrarna. (4p)

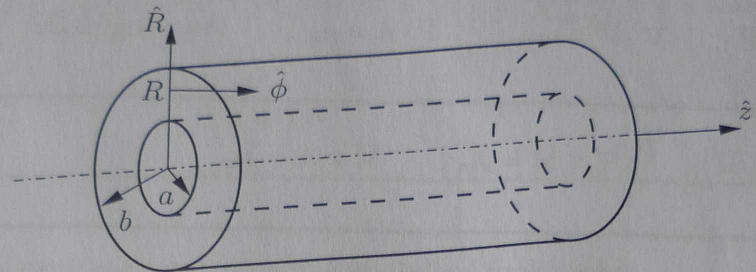
3. Figuren illustrerar en mycket lång rät ledare som för en tidsoberoende ström I. En slinga i form av en kvadrat roterar runt en axel parallell med den strömförande ledaren. Två av kvadratens sidor är parallella med rotationsaxeln. Kvadratens sidor är $2a$ långa och den roterar med vinkelhastigheten ω. Avståndet mellan slingans rotationsaxel och den långa räta ledaren är b med $b > a$. Positiv rotationsriktning enligt högerhandsregeln relativt strömen i den långa ledaren. Beräkna den elektromotoriska kraft som induceras i slingan. Elektromotoriska kraften definieras positiv i den omloppsriktning som angetts i figuren. (4p)



4. En mycket lång koaxialkabel består av en cylindrisk innerledare med ytterradie a och en koaxiell cylindrisk ytterledare med innerradie b. Båda cylindrarna antas vara gjorda av en perfekt ledare. Området mellan cylindrarna är fyllt med en isolator som beskrivs av en konstant relativ dielektricitetskonstant ε_r och en konstant relativ permeabilitet μ_r. Den elektriska fältstyrkan mellan cylindrarna är:

$$\overline{\mathrm{E}}(R,z,t) = \frac{V_0}{R\ln(b/a)}\cos(kz-\omega t)\hat{R},$$

där V_0, k och ω är konstanter samt t är tiden.

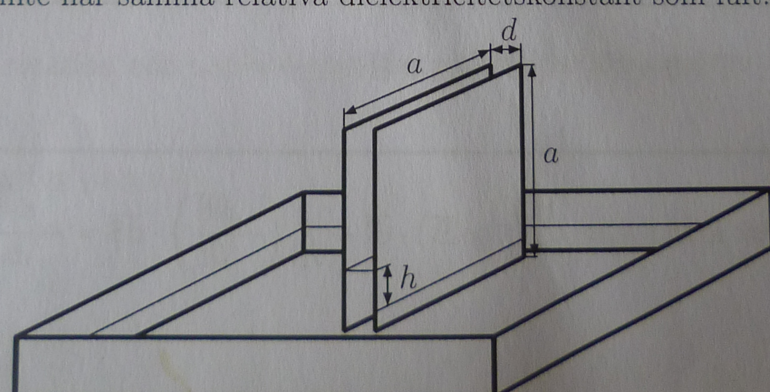


(a) Sök det magnetiska fältet $\overline{\mathrm{B}}$ mellan cylindrarna. Eventuella tidsoberoende bidrag sätts till noll. (1p)

(b) Härled kvoten ω/k uttryckt i ε_r, ε_0, μ_r och μ_0. (1p)

(c) Beräkna tidsmedelvärdet av effekten som transporteras i koaxialkabeln. (2p)

5. En plattkondensator har delvis sänkts ner i avjoniserat (icke ledande) vatten. Metallplattorna är kvadratiska med sidolängden a och avståndet mellan plattorna är $d \ll a$. Potentialskillnaden mellan platorna är U och vattnets relativa dielektricitetskonstant är ε_r. Vi antar att det råder plattsymmetri samt att vattenytan mellan plattorna blir horisontell. Vi bortser från kapilärkrafter och räknar bara på den effekt som orsakas av att vatten inte har samma relativa dielektricitetskonstant som luft.



(a) Med hur stor kraft söker kondensatorn suga upp vatten mellan metallplattorna? (3p)

(b) Hur mycket högre, h, blir vattenytan mellan plattorna än utanför om $a = 10\,\mathrm{cm}$, $d = 1.0\,\mathrm{mm}$, $\varepsilon_r = 81$ och $U = 1.0\,\mathrm{kV}$? (1p)

Lycka till!