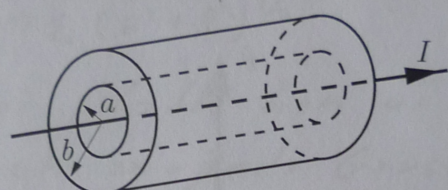
1. En punktladdning $Q$ är placerad i $a\hat{z}$ i ett standard cylindriskt koordinatsystem. I planet som ges av $z = 0$ befinner sig ett tunt jordat metallplan med oändlig utsträckning i alla riktningar. I övrigt är det vakuum överallt i rummet.

   (a) Beräkna kraften på laddningen $Q$. (1p)

   (b) Beräkna den inducerade ytladdningstätheten som funktion av avståndet till $\hat{z}$-axeln, $R$, både på metallplanets ovansida och undersida. (2p)

   (c) Beräkna den totala inducerade ytladdningen i metallplanet. (1p)

2. En anordning består av två koncentriska cylindriska metallskal med radie $a$ respektive $b$, $a < b$. Den inre cylindern har givits potentialen $V$ relativt den yttre. Längs cylindrarnas gemensamma symmetriaxel löper en trådformig ledare som för en konstant ström $I$. Både cylindrarna och ledaren kan betraktas som långa. Till anordningen hör en kanon som skjuter ut små partiklar med massa $m$ och laddning $q$. Partiklarna har olika hastigheter.




   Redogör för hur vi med ovanstående anordning kan filtrera ut partiklar med viss hastighet från kanonen. Beräkna även hur denna hastighet beror av de givna storheterna. Vi bortser från tyngdkraften. För full poäng krävs en tydlig figur. (4p)

3. (a) För att få en uppfattning om jordmagnetiska fältets styrka gör vi följande beräkning. Antag att det längs en del av ekvatorn går en telefonledning med längden $L$. Ledningen faller, av någon anledning, till marken och når då en maximal hastighet av $10\,\mathrm{m/s}$. Vilket värde bör $L$ ha för att en $1{,}5\,\mathrm{V}$ - lampa skall lysa med normal styrka? Vi tänker oss att kretsen sluts via en lednings som ligger stilla på marken. Vi bortser från ledningens resistans, vilket kanske inte är helt realistiskt! (See nästa deluppgift.) Jordens magnetiska moment är $0{,}824 \cdot 10^{23}\,\mathrm{Am^2}$ och jordradien är $6{,}4 \cdot 10^6\,\mathrm{m}$. (2p)

   (b) Antag att ledningen är gjord av ett material med ledningsförmågan $2{,}0 \cdot 10^7\,(\Omega\mathrm{m})^{-1}$ och att kretsens längd är $2L$. Ledningens tväsnittsyta är $1{,}0\,\mathrm{mm}^2$. Vad blir ledningens resistans? (Jämför med glödlampans resistans som är ungefär $1\,\Omega$.) (1p)

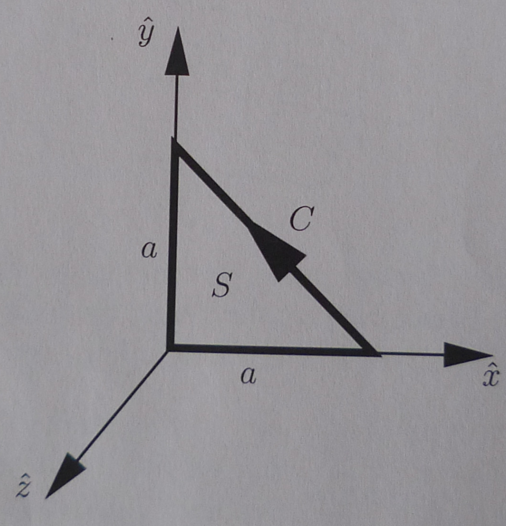
   (c) I den normala användningen av en kompass är nålen balanserad så att den bara vrider sig i horisontalplanet. (Nord- och syd-spetsarna är olika tunga och skillnaden i vikt är annpassad till den plats på jorden där kompassen ska användas.) Antag att vi befinner oss på 60° nordlig bredd (dvs ortsvektorn $\bar{r}$ bildar vinkeln $90° - 60° = 30°$ med jordens rotationsaxel). Vilken vinkel skulle kompassnålen då bilda med horisontalplanet om den vore neutralt balanserad (samma vikt på båda spetsarna)? (1p)

4. Mellanrummet mellan två koncentriska metallsfärer, radie $a$ respektive $b$ med $a < b$, är fyllt med en elektrolyt. Elektrolyten har en relativ dielektricitetskonstant $\varepsilon_r$ som är oberoende av radien $r$. Ledningsförmågan, $\sigma$, varierar dock med radien enligt $\sigma(r) = k/r$ där $k$ är en konstant. Beräkna volymladdningstätheten, $\rho(r)$, av fria laddningar i elektrolyten om potentialen på den inre sfären är $U$ högre än på den yttre. (4p)

5. I en elektromagnetisk våg ges $\overline{E}$-fältet av $\overline{E} = E_0 \cdot \sin(kx - \omega t) \cdot \hat{y}$. I $xy$-planet ligger det en kurva $C$ som har formen av en rätvinklig triangel där båda kateterna har längden $a$, se figur. På grund av den elektromagnetiska vågen induceras det en elektromotorisk kraft, $\varepsilon_{\text{emk}}$, längs kurvan. Visa genom *explicit räkning* att vi får samma resultat antingen vi räknar med

$$\varepsilon_{\text{emk}} = \oint_C \overline{E} \cdot \overline{dl} \qquad \text{eller} \qquad \varepsilon_{\text{emk}} = -\frac{d\phi}{dt} \qquad \text{där} \qquad \phi = \int_S \overline{B} \cdot \overline{dS}$$

och $S$ är den yta som omsluts av $C$. Magnetfältet $\overline{B}$ skall *beräknas* med tydlig hänvisning till Maxwells ekvationer. (4p)




**Lycka till!**