Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings universitet

	(fylls i av ansvarig)
Datum för tentamen	2013-10-22
Sal	TER1
Tid	08.00-12.00
Kurskod	TDP015
Provkod	TEN1
Kursnamn/benämning	Grunder i matematik och logik
Institution	*IDA*
Antal uppgifter som ingår i tentamen	8
Antal sidor på tentamen (inkl. försättsbladet)	4
Jour/Kursansvarig	Jonas Wallgren
Telefon under skrivtid	013-178594
Besöker salen ca kl.	(endast telefonjour)
Kursadministratör (namn + tfnnr + mailadress)	Madeleine Häger Dahlqvist 28 2360, madha@ida.liu.se
Tillåtna hjälpmedel	Se tentamens första sida
Övrigt (exempel när resultat kan ses på webben, betygsgränser, visning, övriga salar tentan går i m.m.)	
Vilken typ av papper ska användas, rutigt eller linjerat	Rutat
Antal exemplar i påsen	23

Tentamen
TDP015
Grunder i matematik och logik

2013–10–22, 08.00 – 12.00

Tillåtna hjälpmedel:

- Miniräknare (Alla angivna resultat måste motiveras, alla använda metoder måste anges. Miniräknaren får användas för uträkning av numeriska resultat och för kontroll av beräkningar.)

Tänk på:

- Till skillnad från inlämningsuppgifterna ska en tentamensupgift redovisas komplett och korrekt för att ge full poäng. Vid brister görs poängavdrag.
- Miniräknare kan användas för att räkna ut ett numeriskt värde på ett slutresultat eller för att kontrollera beräkningarna. Alla beräkningar på väg till ett slutresultat måste redovisas. Alla resultat måste motiveras.

Maximalt poängantal är 26. Gränser:

3: 13 p, 4: 17 p, 5: 22 p.

Jour: Jonas Wallgren — endast telefonjour

1. *(4p)*

P är en mängd med utsagor $\{P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6\}$, där

$$\begin{aligned}
P_1 &= p \leftrightarrow q \\
P_2 &= \neg(p \leftrightarrow q) \\
P_3 &= (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \\
P_4 &= \neg(q \rightarrow p) \\
P_5 &= \neg q \rightarrow \neg p \\
P_6 &= (\neg p \wedge \neg q) \vee (p \wedge q)
\end{aligned}$$

   (a) Vilken partition av P ger relationen $\Leftrightarrow$ upphov till?

   (b) Hur många skulle ekvivalensklasserna som mest kunna bli med n ingående booleska variabler? (Här är $n = 2$ — p och q.)

2. *(6p)*
R är en relation på M:

$$\begin{aligned}
M &= \{a, b, c, d, e\} \\
R &= \{(a, b), (a, c), (a, d), (d, e)\}
\end{aligned}$$

Ange i följande deluppgifter vilka par som läggs till.

   (a) Hur många relaterade par måste minst läggas till för att R ska bli en partialordning?

   (b) Hur många relaterade par kan högst läggas till för att R ska bli en partialordning?

   (c) Hur många relaterade par måste minst läggas till för att R ska bli en ekvivalensrelation?

3. *(2p)*
En talföljd $\{S_n\}_0^\infty$ definieras enligt formeln

$$S_n = 2 + \sum_{k=0}^{n-1} S_k$$

Beräkna några av de första talen i följden, kom fram till en hypotes för ett generellt uttryck för ett tal i följdenx, och bevisa hypotesen.

4. *(2p)*
Använd Euklides algoritm för att hitta $sgd(4518, 3216)$

5. *(3p)*
Den här grafen är ju iofs en multigraf (Det finns flera kanter mellan samma par av noder, t.ex. 5 stycken mellan E och F.), men det medför inga konstigheter för den här uppgiften: Definitionen av Euler- och Hamiltonvägar och -cykler fungerar som vanligt.

```
+-----+                 +-----+
| ___ |      ___        | ___ |
|/   \|     /   \       |/   \|
A-----B-----C-----D-----E-----F
|\___/|     \___/       |\___/|
|     |                 |     |
+-----+                 +-----+
```

   (a) Hur många Hamiltonvägar finns i grafen?
   (b) Hur många Eulervägar finns i grafen?

6. *(3p)*
Ett litet Östgötaråd ska bildas. 2 kandidater har anknytning till Motala och Norrköping, 3 kandidater har anknytning till Linköping och Motala, och 4 kandidater har anknytning Linköping och Norrköping.
   (a) På hur många sätt kan rådet bildas av 3 kandidater så att det finns anknytning till alla 3 städerna i rådet?
   (b) Vad är sannolikheten för att i ett korrekt bildat råd ett udda antal personer har Motalaanknytning?

7. *(3p)*
Ekvationen $x^2 = 2$ ska lösas mha Newton-Raphsons metod. Genomför beräkningen i 4 steg utifrån startvärdet 4.

8. *(3p)*
Lös ekvationssystemet $\{x + y = [0], y = [2]x\}$ i $\mathbb{Z}_3$.