

Tentamen
TDP015
Grunder i matematik och logik

2013-05-28, 14.00 – 18.00

Tillåtna hjälpmedel:

- Miniräknare (Alla angivna resultat måste motiveras, alla använda metoder måste anges. Miniräknaren får användas för uträkning av numeriska resultat och för kontroll av beräkningar.)

Tänk på:

- Till skillnad från inlämningsuppgifterna ska en tentamensuppgift redovisas komplett och korrekt för att ge full poäng. Vid brister görs poängavdrag.
- Miniräknare kan användas för att räkna ut ett numeriskt värde på ett slutresultat eller för att kontrollera beräkningarna. Alla beräkningar på väg till ett slutresultat måste redovisas. Alla resultat måste motiveras.

Maximalt poängantal är 26. Gränser:

3: 13 p, 4: 17 p, 5: 22 p.

Jour: Jonas Wallgren

1. (4p)

P är en mängd med utsagor $\{P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7, P_8\}$, där

$$P_1 = p \wedge q$$

$$P_2 = p \vee q$$

$$P_3 = p \rightarrow q$$

$$P_4 = F$$

$$P_5 = S$$

$$P_6 = \neg p \wedge \neg q$$

$$P_7 = \neg(\neg p \wedge \neg q)$$

$$P_8 = ((\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)) \vee q$$

Vilken partition av P ger relationen \Leftrightarrow upphov till?

2. (6p)

R är en relation på M :

$$M = \{a, b, c, d, e\}$$

$$R = \{(a, b), (c, d), (d, e)\}$$

Ange i följande deluppgifter vilka par som läggs till.

- Hur många relaterade par måste minst läggas till för att R ska bli en partialordning?
- Hur många relaterade par kan högst läggas till för att R ska bli en partialordning?
- Hur många relaterade par måste minst läggas till för att R ska bli en ekvivalensrelation?

3. (2p)

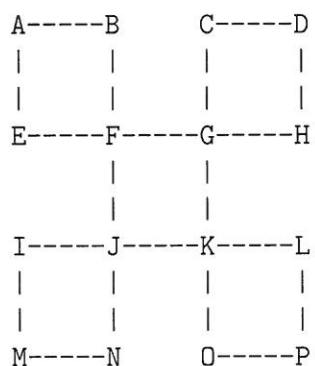
$$a_0 = 1, a_1 = 2, a_2 = 4, a_n = a_{n-1} + 4a_{n-3}$$

Beräkna några fler a -värden för större n och hitta ett generellt uttryck för värdet på a_n . Bevisa mha induktion att det uttrycket är korrekt.

4. (2p)

Använd Euklides algoritm för att hitta $sgd(3228, 2127)$

5. (3p)



(a) Hur många Hamiltoncykler finns i grafen?

(b) Hur många Eulercykler finns i grafen?

6. (3p)

Ur en grupp på 5 stockholmare, 4 göteborgare, och 3 malmöiter ska 4 personer plockas så att inte någon blir den ende utplockade från sin stad. Vad är sannolikheten för att ingen malmöit blir utplockad?

7. (3p)

Ekvationen $x^2 = 16$ ska lösas mha Newton-Raphson. Genomför beräkningen fram till x_4 utifrån startvärdet $x_0 = 1$.

8. (3p)

Lös ekvationen $x + y + z = xyz$ i \mathbb{Z}_3 .