Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings universitet

Datum för tentamen	2018-03-16
Sal (1)	TER3(16)
Tid	14-19
Kurskod	TDDD20
Provkod	TEN1
Kursnamn/benämning **Provnamn/benämning**	Konstruktion och analys av algoritmer Skriftlig tentamen
Institution	IDA
Antal uppgifter som ingår i tentamen	5
Jour/Kursansvarig Ange vem som besöker salen	Peter Jonsson
Telefon under skrivtiden	013 282415, 070 7734389
Besöker salen ca klockan	15.30, 17.30
Kursadministratör/kontaktperson (namn + tfnr + mailaddress)	Madeleine Häger Dahlqvist 013 282360 madeleine.hager.dahlqvist@liu.se
Tillåtna hjälpmedel	Kursboken "Introduction to Algorithms" (Cormen et al.) Ordlista.
Övrigt	
Antal exemplar i påsen	

Linköpings Universitet
Institutionen för datavetenskap
Peter Jonsson

TDDD20 Konstruktion och analys av algoritmer

Tentamen fredagen den 16:e mars 2018, kl 14.00–19.00.

Hjälpmedel: Kursboken "Introduction to Algorithms" (Cormen, Leiserson, Rivest & Stein). Ordlista.

Poäng: Totalt kan 40 poäng erhållas. För godkänt krävs ca 16 poäng.

Jourhavande lärare: Peter Jonsson, tel 28 24 15 eller 070 773 43 89.

Allmänt: Skriv läsligt. Onödigt komplicerade lösningar kan leda till poängavdrag. Bristfälligt motiverade lösningar leder ofelbart till poängavdrag. Om inte annat anges skall presenterade algoritmer vara körbara på en processor av standardtyp (vilket utesluter exempelvis kvantdatorer och massiv parallellism). Slumpbitar får användas av algoritmer vid behov och de förutsätts kunna genereras i konstant tid.

Uppgifterna i tentamen är inte ordnade efter svårighetsgrad.

Lycka till!

Peter

Uppgift 1. (8p)
Låt $G = (V, A)$ vara en riktad och acyklisk graf som saknar självloopar (dvs det finns ingen nod $v \in V$ sådan att $(v, v) \in A$). Låt $s, t \in V$. Konstruera en polynomisk algoritm som räknar antalet olika vägar som börjar i s och slutar i t. Två vägar anses vara olika om de inte innehåller exakt samma sekvens av bågar.

Uppgift 2. (8p)
Antag att vi har en mängd av n intervall $[a_i, b_i]$ på tallinjen. Konstruera en algoritm som i $O(n \log n)$ tid beräknar den totala längd av tallinjen som täcks av intervallen. Observera att det inte räcker att addera intervallens längder $b_i - a_i$ eftersom intervallen kan överlappa varandra. Antag för enkelhets skull att intervallens start- och slutpunkter alltid är positiva heltal. Aritmetiska operationer mellan heltal får antas gå att beräkna i $O(1)$ tid.

Uppgift 3. (8p)
Konstruera en algoritm som löser följande problem i $O(n \cdot B)$ tid:

INDATA: två positiva heltal n och B samt en vektor $v[1...n]$ av positiva noll-skilda heltal.

UTDATA: en delmängd $S \subseteq \{1, \ldots, n\}$ som är så stor som möjligt och uppfyller $\sum_{i \in S} v[i] = B$. Om ingen delmängd uppfyller villkoret ska "nej" matas ut.

Aritmetiska operationer mellan heltal får antas gå att beräkna i $O(1)$ tid. Notera att problemet är NP-hårt men detta implicerar *inte* att P=NP eftersom det behövs högst $1 + \log_2 B$ bitar för att representera talet B.

Uppgift 4. (8p)
Betrakta system av villkor där varje villkor är av typen $2 \leq x_i \cdot x_j \cdot x_k \leq 4$ och x_i, x_j, x_k är distinkta variabler. Konstruera en algoritm som tilldelar varje variabel ett heltal och som garanterar att denna tilldelning uppfyller minst hälften av villkoren. Algoritmen får vara randomiserad och då är kravet att det förväntade antalet uppfyllda villkor är minst 1/2. I båda fallen ska algoritmen gå i polynomisk tid.

Uppgift 5. (8p)
En *Horn-klausul* är en klausul som innehåller maximalt en icke-negerad variabel; exempel är (x), $(\neg x)$, $(\neg x \vee \neg y \vee \neg z)$ och $(\neg x \vee \neg y \vee \neg z \vee w)$. En *Horn*$^+$*-formel* är en propositionslogisk formel $F = C_1 \wedge \ldots \wedge C_k$ där varje C_i, $1 \leq i \leq k$, antingen är en Horn-klausul eller av typen $(x \vee y)$ (d.v.s. innehåller exakt två icke-negerade literaler och ingenting annat). Visa att satisfierbarhetsproblemet för Horn$^+$-formler är NP-fullständigt.