Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings universitet

Datum för tentamen	2016-08-24
Sal (1)	TER2
Tid	14-19
Kurskod	TDDD20
Provkod	TEN1
Kursnamn/benämning **Provnamn/benämning**	Konstruktion och analys av algoritmer Skriftlig tentamen
Institution	IDA
Antal uppgifter som ingår i tentamen	5
Jour/Kursansvarig Ange vem som besöker salen	Peter Jonsson
Telefon under skrivtiden	013 282415, 070 7734389
Besöker salen ca klockan	15.30, 17.30
Kursadministratör/kontaktperson (namn + tfnr + mailaddress)	Madeleine Häger Dahlqvist 013 282360 madeleine.hager.dahlqvist@liu.se
Tillåtna hjälpmedel	Kursboken Introduction to Algorithms (Cormen, Leiserson, Rivest & Stein). Ordlista.
Övrigt	
Antal exemplar i påsen	

Linköpings Universitet
Institutionen för datavetenskap
Peter Jonsson

TDDD20 Konstruktion och analys av algoritmer

Tentamen onsdagen den 24:e augusti 2016, kl 14.00–19.00.

Hjälpmedel: Kursboken "Introduction to Algorithms" (Cormen, Leiserson, Rivest & Stein). Ordlista.

Poäng: Totalt kan 40 poäng erhållas. För godkänt krävs ca 16 poäng.

Jourhavande lärare: Peter Jonsson, tel 28 24 15 eller 070 773 43 89.

Allmänt: Skriv läsligt. Onödigt komplicerade lösningar kan leda till poängavdrag. Bristfälligt motiverade lösningar leder ofelbart till poängavdrag. Om inte annat anges skall presenterade algoritmer vara körbara på en processor av standardtyp (vilket utesluter exempelvis kvantdatorer och massiv parallellism). Slumpbitar får användas av algoritmer vid behov och de förutsätts kunna genereras i konstant tid.

Uppgifterna i tentamen är inte ordnade efter svårighetsgrad.

Lycka till!

Peter

Uppgift 1. (8p)
Ett linjärt ekvationssystem är *homogent* om varje ekvation har en nolla i högerledet. Ett exempel är

$$\begin{array}{rcrcrcl} 2x & + & 3y & - & 3z & = & 0 \\ & & y & + & z & = & 0 \\ x & - & 4y & - & z & = & 0 \end{array}$$

Man kan notera att varje sådant system har den triviala noll-lösningen där varje variabel sätts till 0. Konstruera en polynomisk algoritm som testar om ett linjärt homogent ekvationssystem har en heltalslösning skild från noll-lösningen. Antag för enkelhets skull att alla koeffecienter är heltal.

Uppgift 2. (8p)
Låt $G = (V, E)$ vara en godtycklig riktad graf som saknar självloopar, d.v.s. E innehåller inga bågar av typen (x, x). Konstruera en polynomisk algoritm som beräknar en mängd $E' \subseteq E$ med följande egenskaper:

1. (V, E') är acyklisk; och
2. $|E'| \geq |E|/2$.

Algoritmen får gärna vara randomiserad och då ändras krav 2 till följande:

2' den *förväntade* storleken på E' skall vara $\geq |E|/2$.

Uppgiften ger poäng även om man inte uppnår gränsen $|E|/2$; algoritmer som klarar $|E'| \geq |E|/4$ kommer också att tilldelas en icke oansenlig poängsumma (och detta gäller både i det deterministiska och randomiserade fallet).

Uppgift 3. (8p)
Låt $G = (V, E)$ vara en oriktad och sammanhängande graf där varje båge $e \in E$ har en positiv vikt $w(e)$. Vi vet att G innehåller minst ett minsta uppspännande träd och ett sådant kan hittas i polynomisk tid (t.ex. med Kruskals eller Prims algoritm). Konstruera en polynomisk algoritm som kontrollerar om en given graf med positiva bågvikter innehåller minst två olika minsta uppspännande träd.

Uppgift 4. (8p)
Betrakta följande problem:

Indata: En mängd variabler V och en mängd uttryck U av typen $R(x, y, a, b)$ där $x, y \in V$ och $a, b \in \{0, 1, 2, \ldots, 10\}$.

Fråga: Finns det en total funktion $f : V \to \{0, 1, 2, \ldots, 10\}$ sådan att för varje $R(x, y, a, b)$ i U så uppfylls minst ett av villkoren $f(x) \neq a$ och $f(y) \neq b$?

Visa att problemet ovan är NP-fullständigt.

Uppgift 5. (8p)
Konstruera en polynomisk algoritm som hittar största oberoende mängder i oriktade träd. Med andra ord, givet ett träd $T = (V, E)$, hitta en delmängd $V' \subseteq V$ med maximal storlek sådan att för alla $x, y \in V'$ så gäller att $\{x, y\} \notin E$.