5

Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings universitet

(fylls i av ansvarig)

Datum för tentamen	2015-10-30
Sal	TER1
Tid	08:00-13:00
Kurskod	TDDD20
Provkod	TEN1
Kursnamn/benämning	Konstruktion och analys av algoritmer
Institution	*IDA*
Antal uppgifter som ingår i tentamen	5
Antal sidor på tentamen (inkl. försättsbladet)	4
Jour/Kursansvarig	Peter Jonsson
Telefon under skrivtid	013 282415, 070 7734389
Besöker salen ca kl.	09:30, 11:30
Kursadministratör (namn + tfnnr + mailadress)	Madeleine Häger Dahlqvist 013 282360 madeleine.hager.dahlqvist@liu.se
Tillåtna hjälpmedel	Kursboken "Introduction to Algorithms" (Cormen et al.) Ordlista
Övrigt (exempel när resultat kan ses på webben, betygsgränser, visning, övriga salar tentan går i m.m.)	
Vilken typ av papper ska användas, rutigt eller linjerat	Rutigt
Antal exemplar i påsen	

Linköpings Universitet
Institutionen för datavetenskap
Peter Jonsson

TDDD20 Konstruktion och analys av algoritmer

Tentamen fredagen den 30:e oktober 2015, kl 08.00–13.00.

Hjälpmedel: Kursboken "Introduction to Algorithms" (Cormen, Leiserson, Rivest & Stein). Ordlista.

Poäng: Totalt kan 40 poäng erhållas. För godkänt krävs ca 16 poäng.

Jourhavande lärare: Peter Jonsson, tel 28 24 15 eller 070 773 43 89.

Allmänt: Skriv läsligt. Onödigt komplicerade lösningar kan leda till poängavdrag. Bristfälligt motiverade lösningar leder ofelbart till poängavdrag. Om inte annat anges skall presenterade algoritmer vara körbara på en processor av standardtyp (vilket utesluter exempelvis kvantdatorer och massiv parallellism). Slumpbitar får användas av algoritmer vid behov och de förutsätts kunna genereras i konstant tid.

Uppgifterna i tentamen är inte ordnade efter svårighetsgrad.

Lycka till!

Peter

Uppgift 1. (8p)
Konstruera en algoritm som löser följande problem i $O(nB)$ tid:

INDATA: två positiva heltal n och B samt en vektor $v[1...n]$ av positiva noll-skilda heltal.

UTDATA: en delmängd $S \subseteq \{1, \ldots, n\}$ som är så stor som möjligt och uppfyller $\sum_{i \in S} v[i] = B$. Om ingen delmängd uppfyller villkoret ska "nej" matas ut.

Aritmetiska operationer mellan heltal får antas gå att beräkna i $O(1)$ tid. Notera att problemet är NP-hårt men detta implicerar *inte* att P=NP eftersom det bara behövs $\log_2(B)$ bitar för att representera talet B.

Uppgift 2. (8p)
En *Horn-klausul* är en klausul som innehåller högst en icke-negerad literal (t.ex. (p), $(\neg p)$, $(\neg p \vee \neg q \vee \neg r)$ och $(\neg p \vee \neg q \vee r \vee \neg s)$ men inte $(\neg p \vee q \vee r)$.) En *Horn-formel* är en propositionslogisk formel på konjunktiv normalform som endast innehåller Horn-klausuler. Konstruera en polynomisk algoritm som kontrollerar om en sådan formel är satisfierbar eller inte.

Tips: Om $F = C_1 \wedge \ldots \wedge C_n$ är en Horn-formel och varje C_i, $1 \leq i \leq n$, innehåller minst två literaler så är F satisfierbar; ge helt enkelt varje proposition värdet **false**.

Uppgift 3. (8p)
Visa att följande problem är NP-fullständigt.

INDATA: Oriktad graf $G = (V, E)$.

FRÅGA: Innehåller G en oberoende mängd av storlek $|V|/2$ eller större?

Uppgift 4. (8p)
Betrakta ekvationssystem sådana att varje ekvation är antingen av typen $x_i + x_j + x_k = 0$ eller $x_i + x_j + x_k = 1$ och där x_i, x_j, x_k är distinkta variabler. Konstruera en algoritm som tilldelar varje variabel ett värde ur mängden $\{-1, 0, 1\}$ och som gör att minst 20% av ekvationerna är satisfierade. Algoritmen får vara randomiserad och då är kravet att det förväntade antalet satisfierade ekvationer är minst 20%. I båda fallen ska algoritmen gå i polynomisk tid.

Uppgift 5. (8p)
Låt F vara en godtycklig SAT-formel (dvs en propositionslogisk formel på konjunktiv normalform). En variabel x i F är *monoton* om den endast förekommer negerad eller onegerad i formeln. Betrakta följande formel:

$$(x \vee \neg y \vee \neg z) \wedge (x \vee y \vee z) \wedge (y \vee \neg z) \wedge (\neg u).$$

Här är x och u monotona: x förekommer endast onegerad medan u förekommer endast negerad. Däremot är varken y eller z är monotona. Visa att följande problem kan lösas i polynomisk tid.

INDATA: En SAT-formel F med n variabler varav högst $\lfloor \log_2(n) \rfloor$ variabler *inte* är monotona.

FRÅGA: Är F satisfierbar?

Tips: Fundera över vad som händer om alla variabler är monotona.