



# Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings Universitet



Datum för tentamen	2015-01-10
Sal (1)	<u>TER3</u>
Tid	8-13
Kurskod	TDDD20
Provkod	TEN1
Kursnamn/benämning Provnamn/benämning	Konstruktion och analys av algoritmer Skriftlig tentamen
Institution	IDA
Antal uppgifter som ingår i tentamen	5
Jour/Kursansvarig Ange vem som besöker salen	Peter Jonsson
Telefon under skrivtiden	013282415, 0707734389
Besöker salen ca klockan	09.30, 11.30
Kursadministratör/kontaktperson (namn + tfnr + mailaddress)	Madeleine Häger Dahlqvist 013282360, madeleine.hager.dahlqvist@liu.se
Tillåtna hjälpmedel	Kursboken "Introduction to Algorithms" (Cormen et al.) Ordlista
Övrigt	
Antal exemplar i påsen	



Linköpings Universitet  
Institutionen för datavetenskap  
Peter Jonsson

## TDDD20 Konstruktion och analys av algoritmer

Tentamen lördagen den 10:e januari 2015, kl 08.00–13.00.

**Hjälpmedel:** Kursboken “Introduction to Algorithms” (Cormen, Leiserson, Rivest & Stein). Ordlista.

**Poäng:** Totalt kan 40 poäng erhållas. För godkänt krävs ca 16 poäng.

**Jourhavande lärare:** Peter Jonsson, tel 28 24 15 eller 070 773 43 89.

**Allmänt:** Skriv läsligt. Onödigt komplicerade lösningar kan leda till poängavdrag. Bristfälligt motiverade lösningar leder ofelbart till poängavdrag. Om inte annat anges skall presenterade algoritmer vara körbara på en processor av standardtyp (vilket utesluter exempelvis kvantdatorer och massiv parallellism). Slumpbitar får användas av algoritmer vid behov och de förutsätts kunna genereras i konstant tid.

Uppgifterna i tentamen är inte ordnade efter svårighetsgrad.

**Lycka till!**

Peter



**Uppgift 1.** (8p)

Betrakta följande grafproblem:

**Indata:** Sammanhängande graf  $G$  med  $n$  noder och  $m$  bågar.

**Utdata:** Alla par av noder  $x, y$  sådana att om man tar bort  $x$  och  $y$  ur  $G$  så blir den resulterande grafen ej sammanhängande.

Konstruera en algoritm som löser detta problem i  $O(n \cdot m)$  tid. Observera att man kan kontrollera om en graf är sammanhängande i  $O(m)$  tid. Alltså kan problemet trivialt lösas i  $O(n^2 \cdot m)$  tid.

**Uppgift 2.** (8p)

Låt  $L = (L_1, \dots, L_n)$  vara en lista innehållande  $n$  heltal (som kan vara både positiva och negativa). Utveckla en algoritm som hittar de två index

$1 \leq i \leq j \leq n$  som maximerar summan  $S_{i,j} = \sum_{k=i}^j L_k$ . Exempel: Om

$L = (10, -12, 5, 7, -2, 4, -11)$  så ger indexen 3 och 6 summan

$S_{3,6} = 5 + 7 - 2 + 4 = 14$  och den är maximal i detta fall. Algoritmen ska gå i  $O(n \log n)$  tid. Notera att det finns en trivial algoritm som går i  $O(n^2)$  tid.

**Uppgift 3.** (8p)

Konstruera en polynomisk algoritm som hittar maximalt stora oberoende mängder i oriktade träd. Med andra ord, givet ett träd  $T = (V, E)$ , hitta en delmängd  $V' \subseteq V$  med maximal storlek och med egenskapen att om  $x, y \in V'$  så gäller  $\{x, y\} \notin E$ .



**Uppgift 4.** (8p)

En *stig* mellan två noder  $s, t$  i en oriktad graf är en väg från  $s$  till  $t$  som inte passerar någon nod mer än en gång. Betrakta följande problem:

**Indata.** En oriktad graf  $G = (V, E)$ , två noder  $s, t \in V$  och ett heltal  $K$ .

**Fråga.** Finns det en stig från  $s$  till  $t$  som innehåller exakt  $K$  bågar?

Visa att detta problem är NP-fullständigt.

**Uppgift 5.** (8p)

Det NP-fullständiga problemet NAE3SAT definieras enligt följande:

**Indata.** En CNF-formel där varje klausul innehåller exakt tre stycken literaler.

**Fråga.** Finns det en tilldelning av sanningsvärden till propositionerna sådan att minst en men högst två literaler i varje klausul blir sann?

Eftersom detta problem är beräkningsmässigt svårt (om vi utgår från att  $P \neq NP$ ) så behövs en approximationsalgoritm för problemet—denna algoritm skall i polynomisk tid konstruera en tilldelning som gör att så många klausuler som möjligt får en korrekt tilldelning (d.v.s. att minst en men högst två literaler i klausulen blir sann). Konstruera en sådan algoritm som ger *minst* 70% av klausulerna en korrekt tilldelning. Algoritmen får vara randomiserad: Då förväntas den ge minst 70% av klausulerna en korrekt tilldelning.

