Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings universitet

(fylls i av ansvarig)

Datum för tentamen	2013-01-09
Sal	TER1
Tid	14.00-19.00
Kurskod	TDDD20
Provkod	TEN1
Kursnamn/benämning	Konstruktion och analys av algoritmer
Institution	*IDA*
Antal uppgifter som ingår i tentamen	5
Antal sidor på tentamen (inkl. försättsbladet)	4
Jour/Kursansvarig	Peter Jonsson
Telefon under skrivtid	013 282415, 070 7734389
Besöker salen ca kl.	15.30, 17.30
Kursadministratör (namn + tfnnr + mailadress)	Madeleine Häger Dahlqvist, 013 282360, madeleine.hager.dahlqvist@liu.se
Tillåtna hjälpmedel	Kursboken "Introduction to Algorithms" (Cormen et al.). Ordlista.
Övrigt (exempel när resultat kan ses på webben, betygsgränser, visning, övriga salar tentan går i m.m.)	
Vilken typ av papper ska användas, rutigt eller linjerat	Rutigt
Antal exemplar i påsen	

Linköpings Universitet
Institutionen för datavetenskap
Peter Jonsson

TDDD20 Konstruktion och analys av algoritmer

Tentamen onsdagen den 9:e januari 2013, kl 14.00–19.00.

Hjälpmedel: Kursboken "Introduction to Algorithms" (Cormen, Leiserson, Rivest & Stein). Ordlista.

Poäng: Totalt kan 40 poäng erhållas. För godkänt krävs ca 16 poäng.

Jourhavande lärare: Peter Jonsson, tel 28 24 15 eller 070 773 43 89.

Allmänt: Skriv läsligt. Onödigt komplicerade lösningar kan leda till poängavdrag. Bristfälligt motiverade lösningar leder ofelbart till poängavdrag.

Uppgifterna i tentamen är inte ordnade efter svårighetsgrad.

Lycka till!

Peter

Uppgift 1. (8p)
Låt $A_1, \ldots, A_m$ vara en uppsättning $n \times n$-matriser och $b_1, \ldots, b_m$ vara en uppsättning n-vektorer. Antag för enkelhets skull att alla förekommande koeffecienter är heltal. Konstruera en polynomisk algoritm som avgör om det existerar en *unik* rationell n-vektor x sådan att $A_i x = b_i$ för alla $1 \leq i \leq m$.

Uppgift 2. (8p)
Betrakta följande grafproblem:

Indata: Sammanhängande graf G med n noder och m bågar.
Utdata: Alla par av noder x, y sådana att om man tar bort x och y ur G så blir den resulterande grafen ej sammanhängande.

Konstruera en algoritm som löser detta problem i $O(n \cdot m)$ tid. Observera att man kan kontrollera om en graf är sammanhängande i $O(m)$ tid. Alltså kan problemet trivialt lösas i $O(n^2 \cdot m)$ tid.

Uppgift 3. (8p)
Konstruera en polynomisk algoritm som hittar största oberoende mängder i oriktade träd. Med andra ord, givet ett träd $T = (V, E)$, hitta en delmängd $V' \subseteq V$ med maximal storlek sådan att för alla $x, y \in V'$ så gäller att $\{x, y\} \notin E$. Man får anta att trädet T är sammanhängande.

Uppgift 4. (8p)
En *stig* mellan två noder s, t i en oriktad graf är en väg från s till t som inte passerar någon nod mer än en gång. Betrakta följande problem:

INDATA. En oriktad graf $G = (V, E)$, två noder $s, t \in V$ och ett heltal K.
FRÅGA. Finns det en stig från s till t som innehåller exakt K bågar?

Visa att detta problem är NP-fullständigt.

Uppgift 5. (8p)
En instans av *mängdproblemet* består av en ändlig mängd trippler (V_1, C, V_2) där V_1, V_2 är variabler och $C \in \{\subseteq, \mathsf{disj}\}$. Låt $I = \{T_1, \ldots, T_k\}$ vara en godtycklig instans av detta problem över variablerna $X = \{x_1, \ldots, x_m\}$ och låt E vara mängden av alla icke-tomma, ändliga delmängder av de naturliga talen. Vi säger att I har en lösning om och endast om det finns en total funktion f från X till E sådan att

- $f(x_i) \subseteq f(x_j)$ för varje $(x_i, \subseteq, x_j)$ i I; och
- $f(x_i) \cap f(x_j) = \emptyset$ för varje $(x_i, \mathsf{disj}, x_j)$ i I.

Konstruera en polynomisk algoritm som undersöker om en godtycklig instans av mängdproblemet har en lösning.