

Linköpings Universitet
Institutionen för datavetenskap
Peter Jonsson

TDDD20 Konstruktion och analys av algoritmer

Tentamen torsdagen den 13:e januari 2011, kl 14.00–19.00.

Hjälpmedel: Kursboken “Introduction to Algorithms” (Cormen, Leiserson, Rivest & Stein). Ordlista.

Poäng: Totalt kan 40 poäng erhållas. För godkänt krävs ca 16 poäng.

Jourhavande lärare: Peter Jonsson, tel 28 24 15 eller 070 773 43 89.

Allmänt: Skriv läsligt. Onödigt komplicerade lösningar kan leda till poängavdrag. Bristfälligt motiverade lösningar leder ofelbart till poängavdrag.

Uppgifterna i tentamen är inte ordnade efter svårighetsgrad.

Lycka till!

Peter

Uppgift 1. (8p)

Vi vet att 3SAT är ett NP-fullständigt problem. Visa att detta problem är NP-fullständigt även om man bara tillåter klausuler av följande två typer:

1. klausuler som endast består av tre icke-negerade variabler ($p \vee q \vee r$)
2. klausuler som endast består av två negerade variabler ($\neg p \vee \neg q$).

Uppgift 2. (8p)

Betrakta följande grafproblem:

Indata: Sammanhängande graf G med n noder och m bågar.

Utdata: Alla par av noder x, y sådana att om man tar bort x och y ur G så blir den resulterande grafen ej sammanhängande.

Konstruera en algoritm som löser detta problem i $O(n \cdot m)$ tid. Observera att man kan kontrollera om en graf är sammanhängande i $O(m)$ tid. Alltså kan problemet trivialt lösas i $O(n^2 \cdot m)$ tid.

Uppgift 3. (8p)

Vi säger att en sträng $s = s_1 s_2 \dots s_m$ är *dold* i en sträng $t = t_1 t_2 \dots t_n$ om det finns tal $1 \leq j_1 < \dots < j_m \leq n$ sådana att $s = t_{j_1} t_{j_2} \dots t_{j_m}$. Konstruera en algoritm som i $O(m \cdot n)$ tid räknar ut hur många olika sätt strängen s finns dold i strängen t . Exempelvis finns strängen *kost* dold på två sätt i strängen *konstruktion* medan *rim* endast finns dold på ett sätt i *algoritm*.

Uppgift 4. (8p)

Vi inleder med ett par definitioner:

(1) En k -färgning av en oriktad graf $G = (V, E)$ är en total funktion $f : V \rightarrow \{1, \dots, k\}$ med följande egenskap: om $(v, w) \in E$ så är $f(v) \neq f(w)$.

(2) En oriktad graf $G = (V, E)$ har *grad* k om och endast om det maximala antalet noder någon nod är ansluten till är k .

Konstruera en polynomisk algoritm som givet en oriktad, sammanhängande graf $G = (V, E)$ av grad k färgar denna med högst $k + 1$ färger.

Uppgift 5. (8p)

Pariteten för ett positivt heltal i är 1 om binärrepresentationen av i innehåller ett udda antal ettor och 0 om den innehåller ett jämnt antal ettor. Detta ger att t.ex. 1 och 8 har paritet 1 medan 3 och 5 har paritet 0. Givet ett heltal N så är en *paritetstabell* en tabell $par[0 \dots N - 1]$ sådan att $par[i] =$ pariteten för i . Konstruera en algoritm som skapar sådana tabeller i $O(N)$ tid och använder $O(p(N))$ minne för något fixt polynom p . Man får anta att grundläggande matematiska operationer som addition, multiplikation och division går i $O(1)$ tid. Observera att problemet går lätt att lösa i $O(N \log N)$ tid; sådana algoritmer kommer att ge 0p.