Linköpings Universitet
Institutionen för datavetenskap
Peter Jonsson

TDDD20/TDDA32 Konstruktion och analys av algoritmer

Tentamen fredagen den 16:e januari 2009, kl 08.00–13.00.

Hjälpmedel: Kursboken "Introduction to Algorithms" (Cormen, Leiserson, Rivest & Stein). Ordlista.

Poäng: Totalt kan 40 poäng erhållas. För godkänt krävs ca 16 poäng.

Jourhavande lärare: Peter Jonsson, tel 28 24 15 eller 070 773 43 89.

Allmänt: Skriv läsligt. Onödigt komplicerade lösningar kan leda till poängavdrag. Bristfälligt motiverade lösningar leder ofelbart till poängavdrag.

Uppgifterna i tentamen är inte ordnade efter svårighetsgrad.

Lycka till!

Peter

Uppgift 1. (8p)
Vi vet att 3SAT är ett NP-fullständigt problem. Visa att detta problem är NP-fullständigt även om man bara tillåter klausuler av följande två typer:

1. klausuler som endast består av tre icke-negerade variabler $(p \vee q \vee r)$
2. klausuler som endast består av två negerade variabler $(\neg p \vee \neg q)$.

Uppgift 2. (4+4p)
Låt A vara en algoritm som löser satisfierbarhetsproblemet för CNF-formler (SAT) i $O(c^n)$ tid (där $1 < c \leq 2$ är en konstant och n är antalet variabler i probleminstansen). Visa att följande två problem kan lösas i $O(p(n) \cdot c^n)$ tid där $p(n)$ är något polynom.

(a) TWO-MODEL-SAT (4p):
Indata: En SAT-instans F.
Fråga: Har F exakt *två* modeller?

(b) XSAT (4p):
Indata: En SAT-instans F.
Fråga: Har F en modell sådan att exakt en literal blir sann i varje klausul?

Uppgift 3. (8p)
Vi säger att en sträng $s = s_1 s_2 \ldots s_m$ är *dold* i en sträng $t = t_1 t_2 \ldots t_n$ om det finns tal $1 \leq j_1 < \ldots < j_m \leq n$ sådana att $s = t_{j_1} t_{j_2} \ldots t_{j_m}$. Konstruera en algoritm som i $O(m \cdot n)$ tid räknar ut hur många olika sätt strängen s finns dold i strängen t. Exempelvis finns strängen `kost` dold på två sätt i strängen `konstruktion` medan `rim` endast finns dold på ett sätt i `algoritm`.

Uppgift 4. (8p)
Vi inleder med ett par definitioner:

(1) En *k-färgning* av en oriktad graf $G = (V, E)$ är en total funktion $f : V \rightarrow \{1, \ldots, k\}$ med följande egenskap: om $(v, w) \in E$ så är $f(v) \neq f(w)$.

(2) En oriktad graf $G = (V, E)$ har *grad* k om och endast om det maximala antalet noder någon nod är ansluten till är k.

Konstruera en polynomisk algoritm som givet en oriktad, sammanhängande graf $G = (V, E)$ av grad k färgar denna med högst $k + 1$ färger.

Uppgift 5. (8p)
Betrakta följande grafproblem:

Indata: Sammanhängande graf G med n noder och m bågar.
Utdata: Alla par av noder x, y sådana att om man tar bort x och y ur G så blir den resulterande grafen ej sammanhängande.

Konstruera en algoritm som löser detta problem i $O(n \cdot m)$ tid. Observera att man kan kontrollera om en graf är sammanhängande i $O(m)$ tid. Alltså kan problemet trivialt lösas i $O(n^2 \cdot m)$ tid.