Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings universitet

Datum för tentamen	2019-08-31
Sal (2)	TER1(4) TERE(1)
Tid	8-12
Utb. kod	TDDC75
Modul	TEN2
Utb. kodnamn/benämning **Modulnamn/benämning**	Diskreta strukturer En skriftlig tentamen
Institution	IDA
Antal uppgifter som ingår i tentamen	6
Jour/Kursansvarig Ange vem som besöker salen	Mikael Asplund
Telefon under skrivtiden	0700 895 827
Besöker salen ca klockan	9-10
Kursadministratör/kontaktperson (namn + tfnr + mailaddress)	Veronica Kindeland Gunnarsson veronica.kindeland.gunnarsson@liu.se 013-28 56 34
Tillåtna hjälpmedel	Inga
Övrigt	
Antal exemplar i påsen	

Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings universitet

Datum för tentamen	2019-08-31
Sal (2)	TER1(4) TERE(1)
Tid	8-12
Utb. kod	TDDC75
Modul	TEN2
Utb. kodnamn/benämning **Modulnamn/benämning**	Diskreta strukturer En skriftlig tentamen
Institution	IDA
Antal uppgifter som ingår i tentamen	6
Jour/Kursansvarig Ange vem som besöker salen	Mikael Asplund
Telefon under skrivtiden	0700 895 827
Besöker salen ca klockan	9-10
Kursadministratör/kontaktperson (namn + tfnr + mailaddress)	Veronica Kindeland Gunnarsson veronica.kindeland.gunnarsson@liu.se 013-28 56 34
Tillåtna hjälpmedel	Inga
Övrigt	
Antal exemplar i påsen	

Tentamen i TDDC75 Diskreta strukturer

2019-08-31

- Ta det lugnt, arbeta metodiskt, kolla dina svar.
- Om du misstänker fel i någon uppgift kontakta jourlärare, Mikael Asplund, 0700 895 827.
- Kom ihåg att svaren på samtliga uppgifter måste **motiveras**, och att motiveringarna skall vara uppställda på ett sådant sätt att det går att följa hur du har tänkt. *Omotiverade svar ger 0 poäng om inget annat sägs.*
- Maxpoäng är 30 poäng. För betyg 3 krävs minst 15 poäng, för betyg 4 krävs 20 poäng och för betyg 5 krävs 25 poäng.

Lycka till!!!

1. Betrakta följande påstående:

$$(\neg p \wedge q), (r \to p), \Rightarrow \neg r$$

   (a) Använd sanningstabeller för att visa att påståendet är sant. (2p)

   (b) Använd satslogisk deduktion och de regler om finns i formelbladet sist i tentan för att visa påståendet. (3p)

(5 poäng)

2. Låt $T = \{\ldots, \text{c}, \text{d}, \text{e}, \text{f}, \text{g}, \text{a}, \text{b}, \text{c}^1, \text{d}^1, \ldots\}$ vara en mängd med toner från den kromatiska tolvtonsskalan, och låt I vara en mängd av instrumenttyper. Relationen $S \subseteq T \times I$ beskriver vilka toner som kan spelas av vilken instrumenttyp, dvs $(t, i) \in S$ betyder att tonen t kan spelas av instrumentet i.

   Tolka nedanstående formella påståenden och uttryck med naturligt språk. Till exempel översätts påståendet $\exists t \forall i : (t, i) \in S$ till "Det finns en ton som kan spelas av alla instrument".

   - $\exists t \forall i : (t, i) \notin S$
   - $(\text{c}, \text{Fagott}) \in S$
   - $(\{t \mid (t, \text{Trumpet}) \in S\} \cap \{t \mid (t, \text{Tuba}) \in S\}) \neq \varnothing$
   - $|\{i \mid (\text{c}, i) \in S\}| > |\{i \mid (\text{d}^4, i) \in S\}|$
   - $|\{t \mid (t, \text{Piano}) \in S\}| > |\{t \mid (t, \text{Trumpet}) \in S\}|$

(5 poäng)

3. Låt $A = \{1, 2, 3, 4\}$ vara en mängd och $R \subseteq A \times A$ en relation över A. Låt $\overline{R} = \{\langle x, y\rangle \in A \times A \mid \langle x, y\rangle \notin R\}$, dvs. $\overline{R}$ betecknar den komplementära relationen till R. Finns det något val av R så att

   (a) både R och $\overline{R}$ är reflexiva?

   (b) både R och $\overline{R}$ är symmetriska?

   (c) både R och $\overline{R}$ är transitiva?

(5 poäng)

4. Funktioner

   (a) Låt A vara en godtycklig mängd. Finns det någon funktion $f : A \to A$ sådan att $f = f^{-1}$, dvs. f är sin egen invers?

   (b) Låt A, B och C vara godtyckliga mängder. Låt $f : A \to B$ och $g : B \to C$ vara bijektiva funktioner och låt som vanligt f^{-1} och g^{-1} beteckna motsvarande inversa funktioner. Betrakta den sammansatta funktionen $g \circ f$ och dess invers $(g \circ f)^{-1}$. Visa att $(g \circ f)^{-1} = (f^{-1}) \circ (g^{-1})$.

(5 poäng)

5. Definiera funktionen $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ som

$$f(n) = \begin{cases} 0, & \text{om } n = 0 \\ f(n-1) + n, & \text{om } n > 0. \end{cases}$$

   Visa med induktion över värdet på n att $f(n) \leq n^2$ för alla $n \geq 0$.

(5 poäng)

6. Låt Γ vara en godtycklig mängd satslogiska formler. Visa utan att om $\Gamma \not\Rightarrow F \to G$ (alltså att $F \to G$ inte är en logisk konsekvens av formlerna i Γ) så gäller att $\Gamma, F \not\Rightarrow G$ för godtyckliga satslogiska formler F och G.

(5 poäng)

A Formelblad

Regel	Benämning
$\neg\neg p \Leftrightarrow p$	Lagen om dubbel negation
$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$ $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$	De Morgans lagar
$p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$ $p \vee (q \vee r) \Leftrightarrow (p \vee q) \vee r$	Associativa lagarna
$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$	Distributiva lagarna
$p \wedge p \Leftrightarrow p$ $p \vee p \Leftrightarrow p$	Idempotens
$p \wedge 1 \Leftrightarrow p$ $p \vee 0 \Leftrightarrow p$	Identitetslagarna
$p \wedge 0 \Leftrightarrow 0$ $p \vee 1 \Leftrightarrow 1$	Dominans
$p \wedge \neg p \Leftrightarrow 0$ $p \vee \neg p \Leftrightarrow 1$	Inversa lagarna
$p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$ $p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$	Absorption
$p \to q \Leftrightarrow \neg p \vee q$	Implikationslagen
$p \to q \Leftrightarrow \neg q \to \neg p$	Kontrapositiva lagen
$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \to q) \wedge (q \to p)$	Ekvivalenslagen
$(p \to q), p \Rightarrow q$	Modus ponens
$(p \to q), \neg q \Rightarrow \neg p$	Modus tollens
$(p \to q), (q \to r) \Rightarrow p \to r$	Syllogism
$p \wedge q \Rightarrow p$	Konjunktiv förenkling
$p \Rightarrow p \vee q$	Disjunktiv förstärkning
$(p \vee q), \neg q \Rightarrow p$	Disjunktiv syllogism
$p, q \Rightarrow p \wedge q$	Konjunktionsregeln

Tabell 1: Logiska ekvivalenser och konsekvenser