Tentamen i TDDC75 Diskreta Strukturer

2016-08-27, kl. 8–13, Sal TER3+TERE

- Inga hjälpmedel är tillåtna.
- Kom ihåg att svaren på samtliga uppgifter måste MOTIVERAS, och att motiveringarna skall vara uppställda på ett sådant sätt att det går att följa hur Du tänkt. OMOTIVERADE SVAR GER 0 POÄNG OM INGET ANNAT SÄGS.
- Jour: Mikael Asplund (nåbar på tel. 0700-895827).
- Maxpoäng är 50 poäng. För betyg 3 krävs minst 25 poäng, för betyg 4 krävs 34 poäng och för betyg 5 krävs 42 poäng.

Lycka till!!!

1. Antag att $A = \{1, 2, 5\}, B = \{2, 3, 4, 5\}$. Vad blir resultatet av följande uttryck givet att universum är $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$?

   (a) $\overline{A} \cap \overline{B}$

   (b) $\mid 2^{A} \mid$

   (c) $\mid A \times B \mid$

   (d) $2^{A \cap B}$

   (e) $A \cup \overline{B}$

(5 poäng)

2. Antag att R är en relation på $A = \{1, 2, 3, 4\}$ definierad på följande sätt
$$R = \{(1, 2), (1, 4), (2, 3), (3, 4), (4, 4)\}.$$
Vad blir då följande?
   (a) Reflexiva höljet av R
   (b) Symmetriska höljet av R
   (c) Transitiva höljet av R

(3 poäng)

3. Antag att $f : A \to B$ och $g : B \to C$. Visa eller motbevisa följande påståenden
   (a) Om $g \circ f$ är surjektiv så måste f och g vara surjektiva.
   (b) Om f och g är surjektiva så måste $g \circ f$ vara surjektiv.
   (c) Om $g \circ f$ är injektiv så måste f och g vara injektiva.

(6 poäng)

4. Visa med hjälp av induktion att varje heltal $n \geq 2$ kan skrivas som en produkt av primtal.

(5 poäng)

5. Antag ett godtyckligt kombinatoriskt nät med n st. insignaler $x_1, \ldots, x_n$ och m st. utsignaler $y_1, \ldots, y_m$, där $n > 0$ och $m > 0$. Låt dessutom funktionen $f : \{0, 1\}^n \to \{0, 1\}^m$ vara den funktion som beskriver nätet, dvs. för alla kombinationer $x_1, \ldots, x_n$ på insignaler så är $\langle y_1, \ldots, y_m \rangle = f(x_1, \ldots, x_n)$ motsvarande värden på utsignalerna.
   (a) Låt $X = \{x_1, \ldots, x_n\}$ vara mängden av alla insignaler. För varje utsignal y_i, där $1 \leq i \leq m$, definiera $X_i \subseteq X$ som mängden av alla insignaler i X som y_i beror på (dvs. som kan påverka värdet av y_i). Kan $\{X_1, \ldots, X_m\}$ vara en partition på X, och i så fall, måste den alltid vara det?
   (b) För varje i, där $1 \leq i \leq m$, låt $f_i : \{0, 1\}^n \to \{0, 1\}$ vara den funktion som beskriver utsignal y_i, dvs. $y_i = f_i(x_1, \ldots, x_n)$. Beskriv funktionen f med funktionerna $f_1, \ldots, f_m$.
   (c) Om vi bara vet att vi har n st. insignaler och m st. utsignaler, går det att att konstruera ett kombinatoriskt nät sådant att dess beskrivande funktion f är en bijektion, med extra bivillkor på n och m om så behövs.

   Tips: Krångla inte till det, försök tänka enkelt.

(6 poäng)