Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings Universitet

(fylls i av ansvarig)

Datum för tentamen	2014-08-30
Sal	TER 1, Terra-salarna i VTI-huset, ingång kortsida
Tid	8-13
Kurskod	TDDC75
Provkod	TEN1
Kursnamn/benämning	Diskreta strukturer
Institution	IDA
Antal uppgifter som ingår i tentamen	*8*
Antal sidor på tentamen (inkl. försättsbladet)	*5*
Jour/Kursansvarig	*Christer Bäckström/Mattias Krysander*
Telefon under skrivtid	*0705840889 /0732701825*
Besöker salen ca kl.	*c:a kl. 9*
Kursadministratör (namn + tfnnr + mailadress)	*Helene Meisinger 281868, helene.meisinger@liu.se*
Tillåtna hjälpmedel	*Inga*
Övrigt (exempel när resultat kan ses på webben, betygsgränser, visning, övriga salar tentan går i m.m.)	
Vilken typ av papper ska användas, rutigt eller linjerat	*Rutat*
Antal exemplar i påsen	

TENTAMEN I
TDDC75 DISKRETA STRUKTURER

2014-08-30, kl. 8-13, Sal TER1

- Inga hjälpmedel är tillåtna.
- Svaren på samtliga uppgifter *måste motiveras* och motiveringarna ska vara uppställda på sådant sätt att det *går att följa hur du tänkt.* (Ett korrekt svar utan motivering ger i allmänhet ingen poäng.)
- Jour: Christer Bäckström (tel. 0705840889) för diskret matematik och Mattias Krysander (tel. 0732701825) för digitalteknik.
- Visning: Meddelas senare på kurshemsidan.
- Maxpoäng på hela tentamen är 50 poäng. För betyg 3 krävs minst 25 poäng, för betyg 4 minst 34 poäng och för betyg 5 minst 42 poäng.

Lycka till.

Diskret matematik

1. Definiera den *symmetriska differensen* Δ mellan mängder på vanligt sätt, dvs. $A\Delta B = (A - B) \cup (B - A)$, där $-$ betecknar vanlig mängddifferens). Visa att följande likheter gäller för godtyckliga mängder A och B.

   (a) $A\Delta\varnothing = A$

   (b) $A\Delta B = B\Delta A$

   (c) $\overline{A\Delta B} = (A \cap B) \cup (\overline{A} \cap \overline{B})$

   (5p)

2. Låt A vara en godtycklig mängd och definiera relationen R på A som $R = \{\langle x, x\rangle \mid x \in A\}$. Avgör om R har var och en av följande egenskaper.

   (a) Symmetrisk

   (b) Antisymmetrisk

   (c) Transitiv

   (6p)

3. Låt $\mathbb{R}$ beteckna de reella talen och låt $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ och $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ vara godtyckliga funktioner. Definiera funktionen $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ så att $h(x) = f(x) + g(x)$ för alla $x \in \mathbb{R}$.

   (a) Antag att f och g är injektiva. Är då h injektiv eller ej, eller beror det på valet av f och g?

   (b) Antag att f och g är surjektiva. Är då h surjektiv eller ej, eller beror det på valet av f och g?

   (6p)

4. Låt $\Sigma = \{a, b, c\}$ vara ett alfabet och definiera funktionen $f : \Sigma^* \to \Sigma^*$ så att $f(w) = w \cdot w$ för alla $w \in \Sigma^*$. Definiera dessutom följande språk:

   - $L_1 = \Sigma^*$
   - $L_2 = \{f(w) \mid w \in L_1\}$
   - $L_3 = \{f(w) \cdot f(w) \mid w \in L_1\}$
   - $L_4 = \{f(f(w)) \mid w \in L_1\}$

   Avgör om vart och ett av följande samband gäller:

   (a) $L_1 \subseteq L_2$

   (b) $L_2 \subseteq L_1$

   (c) $L_3 \subseteq L_4$

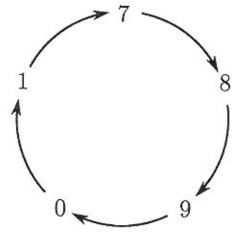
   (d) $L_4 \subseteq L_3$

   (6p)

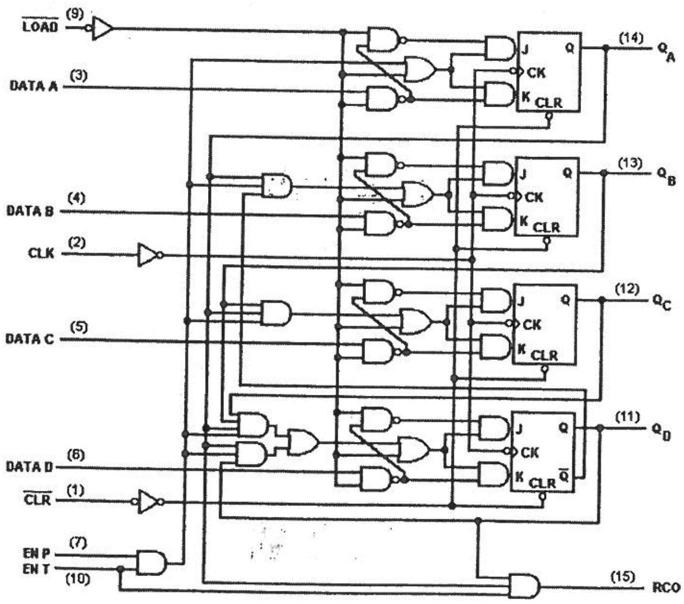
5. Givet ett positivt heltal n så betecknar som bekant $n!$ fakulteten för n och definieras som $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$. Visa med induktion att $(n!)^2 \leq (n^2)!$ gäller för alla positiva heltal n.

   (6p)

Uppgift 6. Figur 1 visar kretsschemat för dekadräknaren som användes i laborationerna. Använd en dekadräknare av denna typ, valfria grindar och inverterare för att bygga en synkron sekvenskrets som om den startas i 7 genomlöper följande sekvens:



Var noga med att visa hur alla ingångar på räknaren ska kopplas in.

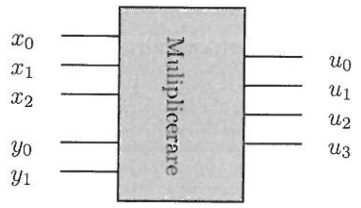


Figur 1: Kretsschema för dekadräknaren som användes under laborationerna.

(4 poäng)

Uppgift 7. Figur 2 visar in- och ut-signaler till en kombinationskrets som ska multiplicera två binära tal $x = (x_2, x_1, x_0)$ och $y = (y_1, y_0)$ och visa resultatet på utgången $u = (u_3, u_2, u_1, u_0)$. Till exempel om $x = 3_{10} = 011_2$ och $y = 2_{10} = 10_2$ så ska $u = x \cdot y = 6_{10} = 0110_2$. För de två insignalkombinationer då $x = 6$ och $y = 3$ samt då $x = 7$ och $y = 3$ så blir produkten större än 15. Dessa två insignalkombinationer kommer inte användas och utsignalen ska således vara ospecificerad (don't care) för dessa två fall.

Använd NAND-grindar och inverterare för att realisera utgångarna u_2 och u_3. Observera att kretsarna till utgångarna u_0 och u_1 alltså **ej** behöver inte realiseras. Onödigt komplicerade lösningar ger poängavdrag.



Figur 2: En multiplicerare med angivna in- och ut-signaler.

(7 poäng)

Uppgift 8. Ett digitalt kodlås ska konstrueras. Insignal till låset är $x = (x_1, x_0)$ och utsignal u. Det är låst när $u = 0$ och öppet då $u = 1$. Insignalerna x_1 och x_0 kommer från studsfria skjutomkopplare. För att öppna låset ska skjutomkopplarna manövreras på följande vis: $x = 00$, $x = 10$ och slutligen $x = 11$. Om fel sekvens matas in ska låset inte gå att öppna i fortsättningen, dvs även om rätt sekvens inkommer senare kommer låset att förbli låst. När låset är öppet så kan skjutomkopplarna manövreras på godtyckligt vis till dess att $x = 00$ då låset låses. Klockfrekvensen är hög i förhållande till hastigheten med vilken skjutomkopplarna kan ändras. Till ert förfogande har ni D-vippor, NOR-grindar och inverterare. För full poäng krävs att lösningen innehåller ett tillståndsdiagram, en tillståndstabell samt uppritad krets. Kretsen ska vara synkron. Onödigt komplicerade lösningar ger poängavdrag. (10 poäng)