Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings universitet

(fylls i av ansvarig)

Datum för tentamen	2014-01-09
Sal	TER1
Tid	14-19
Kurskod	TDDC75
Provkod	TEN1
Kursnamn/benämning	Diskreta Strukturer
Institution	*IDA*
Antal uppgifter som ingår i tentamen	8
Antal sidor på tentamen (inkl. försättsbladet)	4
Jour/Kursansvarig	Christer Bäckström (del 1) / Mattias Krysander (del 2)
Telefon under skrivtid	0705-840889 / 282198
Besöker salen ca kl.	CB c:a kl. 15
Kursadministratör (namn + tfnnr + mailadress)	Liselotte Lundberg, 281278 liselotte.lundberg@liu.se
Tillåtna hjälpmedel	Inga
Övrigt (exempel när resultat kan ses på webben, betygsgränser, visning, övriga salar tentan går i m.m.)	
Vilken typ av papper ska användas, rutigt eller linjerat	Rutat
Antal exemplar i påsen	

Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings universitet

(fylls i av ansvarig)

Datum för tentamen	2014-01-09
Sal	TER1
Tid	14-19
Kurskod	TDDC75
Provkod	TEN1
Kursnamn/benämning	Diskreta Strukturer
Institution	*IDA*
Antal uppgifter som ingår i tentamen	8
Antal sidor på tentamen (inkl. försättsbladet)	4
Jour/Kursansvarig	Christer Bäckström (del 1) / Mattias Krysander (del 2)
Telefon under skrivtid	0705-840889 / 282198
Besöker salen ca kl.	CB c:a kl. 15
Kursadministratör (namn + tfnnr + mailadress)	Liselotte Lundberg, 281278 liselotte.lundberg@liu.se
Tillåtna hjälpmedel	Inga
Övrigt (exempel när resultat kan ses på webben, betygsgränser, visning, övriga salar tentan går i m.m.)	
Vilken typ av papper ska användas, rutigt eller linjerat	Rutat
Antal exemplar i påsen	

TENTAMEN I
TDDC75 DISKRETA STRUKTURER

2014-01-09, kl. 14–19, Sal TER1

- Inga hjälpmedel är tillåtna.
- Svaren på samtliga uppgifter *måste motiveras* och motiveringarna ska vara uppställda på sådant sätt att det *går att följa hur du tänkt.* (Ett korrekt svar utan motivering ger i allmänhet ingen poäng.)
- Jour: Christer Bäckström (tel. 0705-840889) för diskret matematik och Mattias Krysander (tel. 282198) för digitalteknik.
- Visning: Meddelas senare på kurshemsidan.
- Maxpoäng på hela tentamen är 50 poäng. För betyg 3 krävs minst 25 poäng, för betyg 4 minst 34 poäng och för betyg 5 minst 42 poäng.

Lycka till.

Diskret matematik

I uppgifterna betecknar $\mathbb{N}$ de naturliga talen och symbolen $\setminus$ betecknar mängddifferens.

1. Antag mängderna $A = \{a, b, c\}$ och $B = \{0, 1, 2\}$. Avgör i vart och ett av följande fall om frågetecknet kan ersättas med $\in$ eller $\subseteq$ eller ingetdera. (5 p)

   (a) $\{\langle a, 1\rangle\} \ ? \ A \times B$
   (b) $\{\langle a, 0\rangle, \langle b, 1\rangle\} \ ? \ 2^{A\times B}$
   (c) $\{\langle a, 0\rangle, \langle 0, a\rangle\} \ ? \ (A \cup B)^2$
   (d) $\{\langle a, b\rangle, \langle b, a\rangle\} \ ? \ 2^{A\times A} \cup 2^{B\times B}$
   (e) $\varnothing \ ? \ A \times B$

2. Betrakta en godtycklig mängd S och en partition $\{A, B, C\}$ på S. Avgör för var och en av följande mängder om den alltid eller aldrig är en partition på S, eller om den kan vara en partition ibland, beroende på mängderna. (6 p)

   (a) $\{A, B \cup C\}$
   (b) $\{A, B \cap C\}$
   (c) $\{A, B \setminus C\}$

3. En logisk grind (i digitaltekniken) med m st. ingångar $x_1, \dots, x_m$ kan betraktas som en funktion $f : \{0, \dots, 2^m - 1\} \to \{0, 1\}$, där ingångarna betraktas som en binär kodning av ett naturligt tal. Bestäm för var och en av följande definitioner av f vilken typ av grind den motsvarar, eller om den inte motsvarar någon av de vanliga grindtyperna alls. (6 p)

   (a) $f(n) = \begin{cases} 1, & \text{om } n = 2^m - 1 \\ 0, & \text{annars} \end{cases}$

   (b) $f(n) = \begin{cases} 0, & \text{om } n = 0 \\ 1, & \text{annars} \end{cases}$

   (c) $f(n) = \begin{cases} 1, & \text{om } n < 2^m - 1 \\ 0, & \text{annars} \end{cases}$

4. Låt $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ vara en funktion definierad så att det för alla $n \in \mathbb{N}$ gäller att (6 p)

$$f(n) = \begin{cases} 3n + 1, & \text{om } n \text{ udda} \\ \frac{n}{2}, & \text{annars} \end{cases}$$

   (a) Avgör om f är injektiv.

   (b) Avgör om f är surjektiv.

   (c) Avgör om f är bijektiv.

   (d) Ange den inversa funktionen f^{-1} eller förklara varför den inte existerar.

5. Låt Σ vara ett alfabet. Definiera en binär relation R på Σ^* sådan att för alla strängar $u = x_1, \dots, x_m \in \Sigma^*$ och $w = y_1, \dots, y_n \in \Sigma^*$ gäller att $R(u, w)$ om och endast om både $m \leq n$ och $x_i = y_i$ för alla i där $1 \leq i \leq m$. (Något informellt så betyder alltså $R(u, w)$ att u är ett prefix av w). (6 p)
   Exempel: Om $\Sigma = \{a, \dots, z\}$ så gäller t.ex. att både $R(ab, abc)$ och $R(abb, abb)$, men varken $R(abc, abb)$ eller $R(abc, ab)$.

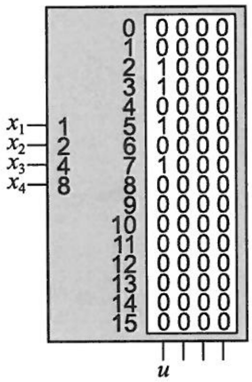
   (a) Är R reflexiv?

   (b) Är R symmetrisk?

   (c) Är R transitiv?

TDDC75 Digitalteknikdelen
10 januari, 2014

Uppgift 6. Kalle har implementerat en funktion med ett PROM enligt figur 1. Funktionens insignaler är x_1, x_2, x_3, x_4 och utsignal är u. Kalle behöver använda minnet för en annan funktion. Hjälp Kalle att realisera funktion som visas i figuren med inverterare, AND- och OR-grindar istället.



Figur 1: Funktionens realisering och minnesinnehållet.

(6 poäng)

Uppgift 7. Beräkna en minimal SP-form (disjunktiv minimalform) och en minimal PS-form (konjunktiv minimalform) till funktionen $f = \Sigma(2,3,5,7,11,13)$ som för ett 4-bitarstal $x = (x_3, x_2, x_1, x_0)$ skickar ut 1 om x är ett primtal och 0 annars. (6 poäng)

Uppgift 8. En synkron sekvenskrets ska konstrueras med en synkroniserad insignal x och en utsignal u så att u är OR av de 4 senaste värdena på x, dvs

$$u(t) = x(t) + x(t-1) + x(t-2) + x(t-3) \tag{1}$$

Kretsen ska innehålla **max 2 vippor** av valfri typ samt valfria grindar. För full poäng krävs att lösningen innehåller ett tillståndsdiagram där starttillståndet har markerats, en tillståndstabell samt uppritad krets. Onödigt komplicerade lösningar ger poängavdrag.

Vid start, låt säga vid tidpunkt $t = 0$, så ska utsignalen $u(t)$ ge samma utsignal som om följande värden hade observerats före starttidpunkten

$$x(-3) = x(-2) = x(-1) = 0 \tag{2}$$

Ett exempel på rätt utsignalsekvens är

```
t: 0 1 2 3 4 5 6 7
x: 0 1 1 0 0 0 0 1
u: 0 1 1 1 1 1 0 1
```

Notera att $u(0) = 0$ eftersom ekvation (1) och (2) ger att

$$u(0) = x(0) + x(-1) + x(-2) + x(-3) = 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

(9 poäng)