Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings universitet

	(fylls i av ansvarig)
Datum för tentamen	2013-10-31
Sal	T1 och U1
Tid	8-13
Kurskod	TDDC75
Provkod	TEN1
Kursnamn/benämning	Diskreta Strukturer
Institution	*IDA*
Antal uppgifter som ingår i tentamen	8
Antal sidor på tentamen (inkl. försättsbladet)	5
Jour/Kursansvarig	Christer Bäckström (del 1) / Mattias Krysander (del 2)
Telefon under skrivtid	0705-840889 / 282198
Besöker salen ca kl.	CB c:a kl. 9
Kursadministratör (namn + tfnnr + mailadress)	Liselotte Lundberg, 281278 liselotte.lundberg@liu.se
Tillåtna hjälpmedel	Inga
Övrigt (exempel när resultat kan ses på webben, betygsgränser, visning, övriga salar tentan går i m.m.)	
Vilken typ av papper ska användas, rutigt eller linjerat	Rutat
Antal exemplar i påsen	

TENTAMEN I
TDDC75 DISKRETA STRUKTURER

2013-10-31, kl. 8–13, Sal T1 och U1

- Inga hjälpmedel är tillåtna.
- Svaren på samtliga uppgifter *måste motiveras* och motiveringarna ska vara uppställda på sådant sätt att det *går att följa hur du tänkt.* (Ett korrekt svar utan motivering ger i allmänhet ingen poäng.)
- Jour: Christer Bäckström (tel. 0705-840889) för diskret matematik och Mattias Krysander (tel. 282198) för digitalteknik.
- Visning: Meddelas senare på kurshemsidan.
- Maxpoäng på hela tentamen är 50 poäng. För betyg 3 krävs minst 25 poäng, för betyg 4 minst 34 poäng och för betyg 5 minst 42 poäng.

Lycka till.

Diskret matematik

I uppgifterna betecknar $\mathbb{N}$ de naturliga talen och R^+ betecknar det transitiva höljet för en relation R.

1. Visa eller motbevisa att följande påståenden gäller för godtyckliga mängder A, B och C: (6 p)

   (a) $2^{A \setminus B} = 2^A \setminus 2^B$ (där "\" betecknar mängddifferens).

   (b) $2^{A \cap B} = 2^A \cap 2^B$.

   (c) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$.

2. Låt R och Q vara relationer på mängden $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Visa eller motbevisa följande påståenden. (6 p)

   (a) Om både R och Q är partialordningar så är även $R \cup Q$ en partialordning.

   (b) Om både R och Q är ekvivalensrelationer så är även $R \cup Q$ en ekvivalensrelation.

3. Låt $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ och $g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ vara två funktioner definierade så att för alla $n \in \mathbb{N}$ gäller (6 p)

$$f(n) = 2n,$$

$$g(n) = \begin{cases} \frac{n}{2}, & \text{om } n \text{ jämnt,} \\ \frac{n-1}{2}, & \text{om } n \text{ udda} \end{cases}$$

Låt som vanligt $g \circ f$ beteckna sammansättningen av g och f, dvs. $(g \circ f)(n) = g(f(n))$. Avgör för var och en av funktionerna f, g och $g \circ f$ om den är injektiv respektive surjektiv.

4. Låt S vara mängden av alla svenska städer. Definiera relationerna F och T på S så att (6 p)

   (a) $F = \{\langle x, y\rangle \in S \times S \mid$ det går att flyga direkt från x till $y\}$

   (b) $T = \{\langle x, y\rangle \in S \times S \mid$ det går att åka tåg direkt från x till $y\}$

   Tolka vad följande uttryck säger om möjligheterna att resa mellan två städer s och t (där R^+ betecknar det transitiva höljet för en relation R):

   (a) $\langle s, t\rangle \in F^+ \cup T^+$

   (b) $\langle s, t\rangle \in (F \cup T)^+$

   (c) $\langle s, t\rangle \in F^+ \cap T^+$

   (d) $\langle s, t\rangle \in (T \circ F) \cup (F \circ T) \cup F$

   (e) $\langle s, t\rangle \in F \cup F^{-1}$

5. Definiera den oändliga talsekvensen $T_1, T_2, T_3, \ldots$ som (5 p)

$$T_1 = T_2 = T_3 = 1$$
$$T_n = T_{n-1} - T_{n-2} + T_{n-3}, \text{ för } n > 3.$$

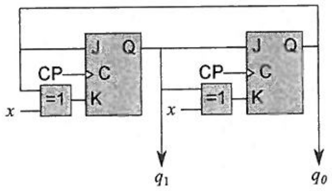
Visa med induktion över n att $T_n > 0$ för alla $n \geq 1$.

TDDC75 Digitalteknikdelen
31 oktober, 2013

Uppgift 6.

a) Rita tillståndsdiagrammet för sekvenskretsen i figur 1.

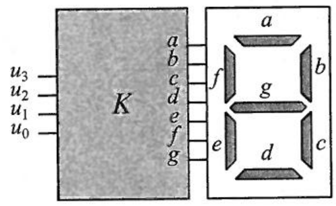
b) Antag att starttillståndet är okänt och att åtminstone två ettor har inkommit på ingången x sedan start. Går det att säga något om vilket tillstånd kretsen befinner sig i då?



Figur 1: Sekvenskrets.

(5 poäng)

Uppgift 7. Figur 2 visar en 7-segmentsdisplay och en kombinationskrets K. 7-segmentsdisplayen ska visa det BCD-kodade tal $u = (u_3, u_2, u_1, u_0)$ som finns på kretsens ingångar. Figur 3 visar hur siffrorna ska se ut på displayen. Ett segment tänds när motsvarande signal är 1. Konstruera med hjälp av NAND-grindar ett nät för utsignalerna f och g (övriga utsignaler behöver inte beaktas). Insignalernas inverser är tillgängliga. Använd så få grindar som möjligt under förutsättning att grinddjupet maximalt ska vara två. Onödigt komplicerade lösningar ger poängavdrag. Observera att displayen får visa vad som helst om u inte är en giltig BCD-kod och att NAND-grindarna får ha ett godtyckligt antal ingångar.



Figur 2: En 7-segmentsdisplay som styrs av en kombinationskrets K.

Figur 3: Font för 7-segmentssiffror.

(7 poäng)

Uppgift 8. Den synkron sekvenskretsen i figur 4(a) ska konstrueras. Sekvenskretsen har synkroniserade insignaler s och x och utsignal u. Kretsen skall ha två funktioner AND respektive OR. När AND-funktionen är aktiverad så ges utsignalen av

$$u(t) = x(t)x(t-1)$$

och när OR-funktionen är aktiv ges utsignalen av

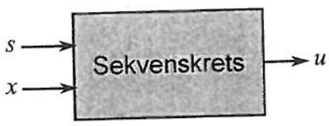
$$u(t) = x(t) + x(t-1)$$

Insignalen s styr vilken funktion som är aktiverad. Om $s = 0$ så behålls samma funktion som tidigare och för varje klockintervall som $s = 1$ så byts funktionen. AND-funktionen ska vara aktiverad när systemet startas. Då kan följande sekvens erhållas där t markerar klockintervall:

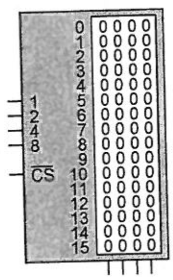
t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
s	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
x	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1
u	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1

AND-funktionen är aktiv i klockintervallen 1-3 och 9-10. OR-funktionen är aktiv i klockintervallen 4-8. Notera också att $x(0) = 0$ ska användas för att beräkna korrekt värde på $u(1)$.

Realisera kretsen med PROM-minnen av den typ som visas i figur 4(b) samt valfria vippor. Observera att PROM:et har en chip select signal $\overline{\text{CS}}$ som gör att minnets utgångar blir högohmiga om $\overline{\text{CS}} = 1$ och aktiveras om $\overline{\text{CS}} = 0$. Ange också sekvenskretsens starttillstånd som gör att AND-funktionen är aktiverad från start enligt exempelsekvensen ovan. Onödigt komplicerade lösningar ger poängavdrag.



(a) Sekvenskrets med in- och utsignaler.



(b) Minne.

Figur 4: Figurer till uppgift 5.

(9 poäng)