Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings universitet

(fylls i av ansvarig)

Datum för tentamen	120823
Sal	TER1
Tid	8-13
Kurskod	TDDC 75
Provkod	
Kursnamn/benämning	Diskreta strukturer
Institution	*IDA*
Antal uppgifter som ingår i tentamen	9
Antal sidor på tentamen (inkl. försättsbladet)	5
Jour/Kursansvarig	Christer Bäckström
Telefon under skrivtid	
Besöker salen ca kl.	
Kursadministratör (namn + tfnnr + mailadress)	G. Hillheden 2297
Tillåtna hjälpmedel	
Övrigt (exempel när resultat kan ses på webben, betygsgränser, visning, övriga salar tentan går i m.m.)	
Vilken typ av papper ska användas, rutigt eller linjerat	
Antal exemplar i påsen	

TENTAMEN I
TDDC75 DISKRETA STRUKTURER

2012-08-23, kl. 8-13, Sal TER1

- Inga hjälpmedel är tillåtna.
- Svaren på samtliga uppgifter *måste motiveras* och motiveringarna ska vara uppställda på sådant sätt att det *går att följa hur du tänkt.* (Ett korrekt svar utan motivering ger i allmänhet ingen poäng.)
- Jour: Christer Bäckström (tel. 1483) för diskret matematik och Lennart Bengtsson (tel. 1367) för digitalteknik.
- Visning: Meddelas senare på kurshemsidan.
- Maxpoäng på hela tentamen är 50 poäng. För betyg 3 krävs minst 25 poäng, för betyg 4 minst 34 poäng och för betyg 5 minst 42 poäng.

Lycka till.

Diskret matematik

1. Låt A och B vara godtyckliga mängder. Gäller följande aldrig, alltid eller ibland (dvs. beroende på vilka mängderna är):

   (a) $2^{A \cup B} = 2^A \cup 2^B$?

   (b) $2^{A \times B} = 2^A \times 2^B$?

   (c) $2^{A \cap B} \subseteq 2^{A \cup B}$?

   (5p)

2. Låt A vara en godtycklig mängd och låt R och S vara godtyckliga icke-tomma binära relationer på A. Gäller följande aldrig, alltid eller ibland (dvs. beroende på A, R och S):

   (a) Antag att både R och S är transitiva. Är $R \cup S$ transitiv?

   (b) Antag att både R och S är symmetriska. Är $R \cup S$ symmetrisk?

   (c) Antag att både R och S är antisymmetriska. Är $R \cup S$ antisymmetrisk?

   (6p)

3. Antag att A är en mängd, att relationen $R \subseteq A \times A$ är en partialordning på A och att funktionen $f : A \to A$ är en bijektion. Definiera relationen $S \subseteq A \times A$ som

$$S = \{\langle f(x), f(y) \rangle \mid \langle x, y \rangle \in R\}.$$

(a) Visa att S är reflexiv.

(b) Visa att S är antisymmetrisk.

(c) Visa att S är transitiv.

(d) Visa att S är en partialordning.

(6p)

4. Låt $\Sigma = \{a, b, c\}$ vara ett alfabet. Definiera en oändlig sekvens $L_0, L_1, L_2, \ldots$ av språk enligt:

$$L_0 = \{a, ab, ca\},$$

$$L_{i+1} = \{u \cdot w \mid u \in L_i \text{ och } w \in L_i\}, \text{ för } i > 0$$

(där operatorn "$\cdot$" betecknar sammansättning av strängar). Definiera också språket L som

$$L = \bigcup_{i=0}^{\infty} L_i.$$

Ange för var och en av följande sex strängar om den förekommer som delsträng av någon sträng i L:

$$aa, bb, cc, bc, cb, abba.$$

(6p)

5. Fibonaccis talserie är serien $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \ldots$ och kan mera formellt beskrivas som en oändlig talserie $F_1, F_2, F_3, \ldots$ där

$$F_1 = F_2 = 1,$$

$$F_i = F_{i-1} + F_{i-2}, \text{ för } i > 2.$$

(a) Visa med induktion att serien är icke avtagande, dvs. visa att $F_i \leq F_{i+1}$ för alla $i \geq 1$.

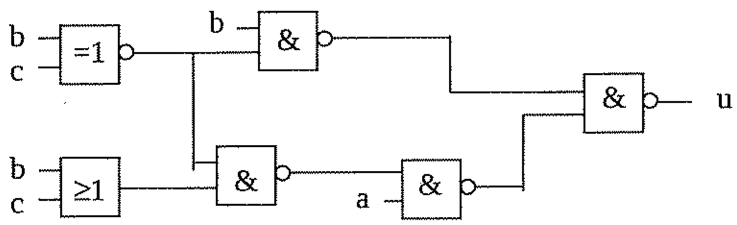
(b) Visa att $\frac{F_{i+1}}{F_i} \leq 2$ för alla $i \geq 1$.
Tips: utnyttja det du visade ovan.

(6p)

6. Konstruera en klockad SR-vippa med hjälp av en klockad T-vippa och valfria grindar.

(3 p)

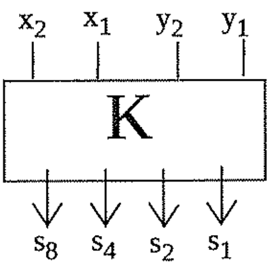
7.



Bestäm ett minimalt disjunktivt och ett minimalt konjunktivt uttryck för ovanstående nät. Det måste framgå vilket uttryck som är vilket. Näten ska inte ritas.

(4 p)

8.

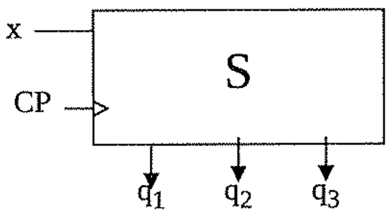


Konstruera ett kombinatoriskt nät, K, som utför multiplikationen $S = X \cdot Y$, där $X = <x_2, x_1>$, $Y = <y_2, y_1>$ och $S = <s_8, s_4, s_2, s_1>$ är positiva binära heltal.

Använd NOR-grindar och inverterare.

(7 p)

9.



Med den synkroniserade insignalen x kan man välja två olika funktioner för det **synkrona** sekvensnätet S:

För x = 0 ska S fungera som en 3-bits binär uppåträknare.
För x = 1 ska S fungera som en 3-bits Johnsonräknare.

Sker omkoppling från binärräkning till Johnsonräkning i ett för Johnsonräknaren otillåtet tillstånd ska binärräkningen fortsätta tills ett tillåtet tillstånd uppnås. *forts*

Forts uppgift 9

Använd 3 st vippor av valfri typ och ett kombinatoriskt nät av valfria grindar.

Anm. En 3-bits Johnsonräknare genomlöper sekvensen:

$\rightarrow 000 \rightarrow 100 \rightarrow 110 \rightarrow 111 \rightarrow 011 \rightarrow 001$

(7p)