Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings universitet

	(fylls i av ansvarig)
Datum för tentamen	2012-01-13
Sal	TER1
Tid	14-19
Kurskod	TDDC75
Provkod	TEN1
Kursnamn/benämning	Diskreta strukturer
Institution	IDA
Antal uppgifter som ingår i tentamen	9
Antal sidor på tentamen (inkl. försättsbladet)	5
Jour/Kursansvarig	Christer Bäckström/Lennart Bengtsson
Telefon under skrivtid	1483 / 1367
Besöker salen ca kl.	ca 15 (CB)
Kursadministratör (namn + tfnnr + mailadress)	Gunilla Mellheden 2297 gunilla.mellheden@liu.se
Tillåtna hjälpmedel	Inga
Övrigt (exempel när resultat kan ses på webben, betygsgränser, visning, övriga salar tentan går i m.m.)	
Vilken typ av papper ska användas, rutigt eller linjerat	rutat
Antal exemplar i påsen	

TENTAMEN I
TDDC75 DISKRETA STRUKTURER

2012-01-13, kl. 14-19, Sal TER1

- Inga hjälpmedel är tillåtna.
- Svaren på samtliga uppgifter *måste motiveras* och motiveringarna ska vara uppställda på sådant sätt att det *går att följa hur du tänkt.* (Korrekt svar utan motivering ger i allmänhet ingen poäng.)
- Jour: Christer Bäckström (tel. 1483) för diskret matematik och Lennart Bengtsson (tel. 1367) för digitalteknik.
- Visning: Meddelas senare på kurshemsidan.
- Maxpoäng på hela tentamen är 50 poäng. För betyg 3 krävs minst 25 poäng, för betyg 4 minst 34 poäng och för betyg 5 minst 42 poäng.

Lycka till.

Diskret matematik

I uppgifterna betecknar $\mathbb{N}$ mängden av naturliga tal, dvs. $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$.

1. Låt A, B, C och D vara godtyckliga mängder. Gäller följande aldrig, alltid eller ibland (dvs. beroende på vilka mängderna är):

   (a) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$?
   (b) $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$?
   (c) $(A \times B) \cup (C \times D) = (A \cup C) \times (B \cup D)$?

   (5p)

2. Låt funktionen $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ vara definierad som

   $$f(0) = 0, \ f(1) = 1$$
   $$f(n) = \max(\, f(n-1),\ f(n-2)\,) \quad \text{för } n > 1$$

   (a) Vad är $f(4)$?
   (b) Bestäm mängden $f(\mathbb{N})$.
   (c) Är f injektiv?
   (d) Är f surjektiv?
   (e) Har f en väldefinierad invers funktion f^{-1}?

   (6p)

3. Låt S vara en godtycklig mängd och $R \subseteq S \times S$ en relation över S. Låt $n = |S|$, dvs. storleken på mängden S. Ange det minsta möjliga värdet på $|R|$, dvs. den minsta möjliga storleken på R, om vi dessutom bara vet att R är:

   (a) reflexiv.
   (b) irreflexiv.
   (c) symmetrisk.
   (d) antisymmetrisk.
   (e) transitiv.

(6p)

4. Låt Σ vara ett alfabet och a en speficik symbol i Σ. I definitionerna nedan betecknar λ den tomma strängen, x och y betecknar godtyckliga symboler i Σ och w betecknar en godtycklig sträng i Σ^* (dvs. w får även vara den tomma strängen).

   Definiera funktionenerna $f : \Sigma^* \to \mathbb{N}$, $g : \Sigma^* \to \mathbb{N}$ och $h : \Sigma^* \to \mathbb{N}$ som

$$\begin{aligned} f(\lambda) &= 0 \\ f(xw) &= f(w) + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(\lambda) &= 0 \\ g(aw) &= g(w) + 1 \\ g(xw) &= g(w), \text{ för } x \neq a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h(\lambda) &= 0 \\ h(x) &= 1 \\ h(xwy) &= h(w), \text{ för } x = y \\ h(xwy) &= 0, \text{ för } x \neq y \end{aligned}$$

   (a) Vad beräknar f?
   (b) Vad beräknar g?
   (c) Vad beräknar h?

(6p)

5. Låt S vara en godtycklig mängd med minst tre element. Avgör för var och en av följande mängder av delmängder till S om den är en partition av S eller inte eller om det behövs ytterligare villkor för att avgöra detta:

   (a) $\{\varnothing, S\}$.

(b) $\{A \mid A \subseteq S$ och $|A| = 1\}$.

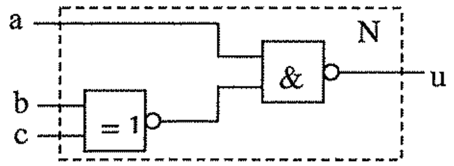
(c) $\{A, B, C\}$ där vi vet att A, B och C är icke-tomma och att $A \cap B = A \cap C = B \cap C = \varnothing$.

(d) $\{A, B, C\}$ där vi vet att A, B och C är icke-tomma och att $|A| + |B| + |C| = |S|$.

(e) $\{A,\ S - A\}$ där vi vet att $A \subseteq S$ och $0 < |A| < |S|$ (och där $S - A$ betecknar differensen mellan S och A).

(6p)

6. Ett kombinatoriskt nät N har nedanstående utseende.



Visa att man med enbart N-nät kan realisera varje boolesk funktion, d.v.s. utföra den booleska algebrans tre operationer. Varje operation ska utnyttja ett minimalt antal N-nät. Logiskt noll och logiskt ett finns att tillgå. Rita kopplingsschema.

Det går inte att komma åt N-nätets interna signaler utan bara anslutningsstiften a, b, c, u.

(3 p).

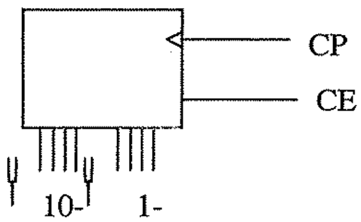
---

7. Konstruera en klockad JK-vippa med hjälp av en klockad D-vippa och ett minimalt kombinatoriskt nät med valfria grindar. Vippan kan har utgång både för q och q'.

(3 p)

---

8. Konstruera en **synkron** NBCD-kodad 0 – 19 räknare med Count Enable (CE) ingång. (När räknaren nått 19 ska nästa räknetillstånd alltså bli 0).



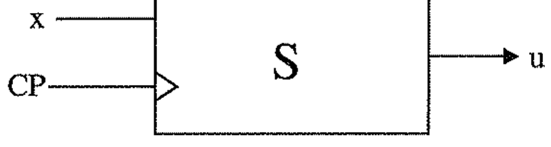
Använd en 4-bits **binär**räknare, en D-vippa samt valfria grindar. Binärräknaren har, förutom klockingång, CE- och LOAD-ingång men som utgångar enbart tillståndsvariablerna.

(5 p)

---

9. Ett **synkront** sekvensnät har en synkroniserad insignal x och en utsignal u. Konstruera nätet så, att utsekvensen σ_u blir identisk med insekvensen σ_x så när som på att sista ettan i delsekvensen 1 1 0 1 på ingången ska ersättas med en nolla på utgången.

Exempel: σ_x: 0010110110011011010 1 . . .
σ_u: 0010110010011001000 1 . . .



Använd 2 st SR-vippor samt ett minimalt kombinatoriskt nät av NAND-grindar och inverterare. Grindarna är inte trådbara.

(10p)
