Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings universitet

	(fylls i av ansvarig)
Datum för tentamen	2011-10-21
Sal	TER1
Tid	8-13
Kurskod	TDDC75
Provkod	TEN1
Kursnamn/benämning	Diskreta Strukturer
Institution	IDA
Antal uppgifter som ingår i tentamen	9
Antal sidor på tentamen (inkl. försättsbladet)	
Jour/Kursansvarig	Christer Bäckström / Lennart Bengtsson
Telefon under skrivtid	1483 / 1367
Besöker salen ca kl.	CB kl. 9
Kursadministratör (namn + tfnnr + mailadress)	Gunilla Mellheden 2297 gunilla.mellheden@liu.se
Tillåtna hjälpmedel	Inga
Övrigt (exempel när resultat kan ses på webben, betygsgränser, visning, övriga salar tentan går i m.m.)	
Vilken typ av papper ska användas, rutigt eller linjerat	rutat
Antal exemplar i påsen	

TENTAMEN I
TDDC75 DISKRETA STRUKTURER

2011-10-21, kl. 8-13, Sal TER1

- Inga hjälpmedel är tillåtna.
- Svaren på samtliga uppgifter *måste motiveras* och motiveringarna ska vara uppställda på sådant sätt att det *går att följa hur du tänkt.* (Ett korrekt svar utan motivering ger i allmänhet ingen poäng.)
- Jour: Christer Bäckström (tel. 1483) för diskret matematik och Lennart Bengtsson (tel. 1367) för digitalteknik.
- Visning: Meddelas senare på kurshemsidan.
- Maxpoäng på hela tentamen är 50 poäng. För betyg 3 krävs minst 25 poäng, för betyg 4 minst 34 poäng och för betyg 5 minst 42 poäng.

Lycka till.

Diskret matematik

I uppgifterna betecknar $\mathbb{N}$ mängden av naturliga tal och $\mathbb{R}$ mängden av reella tal. $\mathbb{N}^+$ respektive $\mathbb{R}^+$ betecknar begränsningarna av dessa till enbart positiva tal.

1. Låt A, B, C och D vara mängder, om vilka vi vet att $A \subseteq C$ och $B \subseteq D$. Gäller följande aldrig, alltid eller ibland (dvs. beroende på vilka mängderna är):

   (a) $A \cap B \subseteq C \cap D$?

   (b) $A \cup B \subseteq C \cap D$?

   (c) $A \cup B \subseteq C \cup D$?

   (5p)

2. Låt $f : \mathbb{N}^+ \rightarrow \mathbb{N}^+$ och $g : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ vara två funktioner definierade så att $f(x) = x^2$ för alla $x \in \mathbb{N}^+$ och $g(x) = \sqrt{x}$ för alla $x \in \mathbb{R}^+$. Definiera funktionen $h : A \rightarrow B$ som $g \circ f$.

   (a) Vad är den maximala definitionsmängden A för h om h ska vara en total funktion enligt ovanstående definition?

   (b) Bestäm mängden $h(A)$.

   (c) Är h injektiv?

(d) Är h surjektiv?

(e) Är h bijektiv?

(6p)

3. Antag en sekvens $S_0, S_1, S_2, \ldots$ av mängder sådan att $S_n = \{ni \mid i \in \mathbb{N}\}$ för alla $n \in \mathbb{N}$.

   (a) Hur ser mängderna S_0 och S_3 ut?

   (b) Visa med induktion att $\cup_{i=0}^{\infty} S_i = \mathbb{N}$.

(6p)

4. Ett palindrom är en sträng som är likadan oavsett om man läser den framlänges eller baklänges. T.ex. är följande strängar palindrom: "anna", "1011101" och "saippuakivikauppias". Låt Σ vara ett alfabet.

   (a) Definiera en funktion $p : \Sigma^+ \to \{0, 1\}$ sådan att $p(w) = 1$ om strängen w är ett palindrom och $p(w) = 0$ annars. (Funktionen görs lämpligen rekursiv).

   (b) Definiera en funktion $\ell : \Sigma^+ \to \mathbb{N}$ sådan att $\ell(w)$ är längden på w om w är ett palindrom och $\ell(w) = 0$ annars. (Funktionen görs lämpligen rekursiv).

   (c) Antag $\Sigma = \{a, b, c\}$. Beräkna $p(abacaba)$ och $p(abcacb)$. Visa tydligt hur funktionens definition tillämpas i beräkningen.

(6p)

5. Låt L vara mängden av alla länder i världen. Låt $R \subseteq L \times L$ vara en relation definierad så att xRy om och endast om x gränsar till y. (Vi räknar bara länder som har någon genemsam landgräns. T.ex. gränsar inte Storbritannien till Frankrike eftersom de är helt åtskilda av vatten). Låt $V \subseteq 2^L$ vara mängden av alla världsdelar.

   (a) Är R antisymmetrisk?

   (b) Är R symmetrisk?

   (c) Är R transitiv?

   (d) Gäller xR^+y för alla $x, y \in L$?

   (e) Är V en partition av L? (Här kanske det inte finns ett självklart rätt svar, så var extra noga med att visa hur du tolkar uppgiften).

(6p)

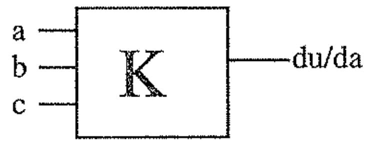
6. Visa att man med enbart 2/1-multiplexrar kan realisera varje kombinatoriskt nät, d.v.s. utföra den Booleska algebrans tre operationer. Varje operation ska utnyttja ett minimalt antal multiplexrar. Rita kopplingsschema.

(3 p)

---

7. Boolesk differens definieras

$df(x,y,z)/dx = f(x,y,z) \oplus f(x',y,z)$

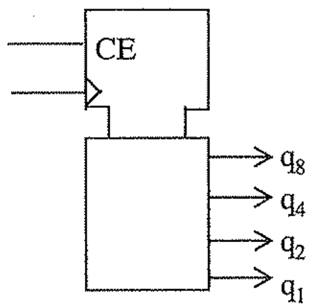


Realisera du/da för $u = b(a + c)$ med NOR-grindar och inverterare. Nätet ska ha ett minimalt antal ingångar.

(4 p)

---

8. En typ av dekadräknare har, förutom klockingång, enbart ingång för Count Enable (CE). Som utgångar finns enbart tillståndsvariablerna.



Använd denna typ av räknare för att konstruera en **synkron** autonom 0 – 999 räknare i NBCD-kod. Förutom räknarna får valfria grindar användas.

(4 p)

9.

Ett synkront sekvensnät, S, har två studsfria och synkroniserade insignaler, x_1 och x_2, och en utsignal, u. Konstruera S så, att u = 1 om och endast om insignalerna i de fyra senaste klockpulsintervallen varit x_1x_2 = 00, 00, 11, 10. Använd två stycken JK-vippor samt ett minimalt kombinatoriskt nät av NAND-grindar och inverterare.

(10 p)