



Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings Universitet

Datum för tentamen	2011-08-27
Sal (1) Om tentan går i flera salar ska du bifoga ett försättsblad till varje sal och <u>ringa in</u> vilken sal som avses	TER1
Tid	8-13
Kurskod	TDDC75
Provkod	TEN1
Kursnamn/benämning Provnamn/benämning	Diskreta strukturer Skriftlig tentamen
Institution	IDA
Antal uppgifter som ingår i tentamen	9
Jour/Kursansvarig Ange vem som besöker salen	Christer Bäckström/Lennart Bengtsson
Telefon under skrivtiden	1483/1367
Besöker salen ca kl.	10
Kursadministratör/kontaktperson (namn + tfnr + mailaddress)	Gunilla Mellheden, 2297, gunilla.mellheden@liu.se
Tillåtna hjälpmedel	Inga
Övrigt	
Vilken typ av papper ska användas, rutigt eller linjerat	Valfritt
Antal exemplar i påsen	

TENTAMEN I TDDC75 DISKRETA STRUKTURER

2011-08-27, kl. 8–13, Sal TER1

- Inga hjälpmedel är tillåtna.
- Kom ihåg att svaren på samtliga uppgifter måste MOTIVERAS, och att motiveringarna skall vara uppställda på ett sådant sätt att det går att följa hur Du tänkt. OMOTIVERADE SVAR GER 0 POÄNG OM INGET AN-NAT ANGES.
- Jour: Christer Bäckström (nåbar på tel. 1483) på diskret matematik och Lennart Bengtsson (tel. 1367) på digitalteknik.
- Visning: Meddelas senare på kurshemsidan.
- Maxpoäng är 50 poäng. För betyg 3 krävs minst 25 poäng, för betyg 4 krävs 34 poäng och för betyg 5 krävs 42 poäng.

Lycka till!!!

Diskret matematik

1. Antag att A och B är mängder samt att $|A| = 3$ och $|B| = 4$. Vad blir följande?
 - (a) $|A \times B|$?
 - (b) $|2^A|$?
 - (c) $|A^2|$?
 - (d) Största möjliga värde på $|A \cap B|$?
 - (e) Minsta möjliga värde på $|B \setminus A|$?

Motivera samtliga svar!!!

(5 poäng)

2. För var och en av följande funktioner, ange om funktionen är injektiv och/eller surjektiv (eller ingendera):

- Funktionen $f: \mathbb{N}_8 \rightarrow \mathbb{N}_8$ definierad enligt $f(n) = 2n \bmod 8$ där $\mathbb{N}_8 = \{0, 1, 2, \dots, 7\}$.
- Funktionen $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ definierad enligt $g(n) = (n, n)$ och där $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$.

Med $x \bmod y$ avses (som brukligt) resten vid heltalsdivision av x med y . Till exempel är $4 \bmod 3 = 1$ och $8 \bmod 3 = 2$.

(4 poäng)

3. Antag att vi har en Boolesk funktion $f(x, y, z)$ vars värde är majoriteten av insignalerna x, y, z , t.ex. $f(0, 1, 1) = 1$ och $f(0, 1, 0) = 0$. Skriv funktionen f på utvecklad disjunktiv respektive utvecklad konjunktiv normalform.

Anm: Med utvecklad normalform avses att samtliga parametrar (negerade eller onegerade) ingår i samtliga min- resp. maxtermer.

(5 poäng)

4. Låt $A = \{0, 1, 2, 4, 6\}$ och låt R vara följande binära relation på A

$$R = \{(0, 0), (1, 2), (2, 1), (2, 4), (4, 4), (4, 6), (6, 4)\}.$$

Vad blir

- det reflexiva höljet av R ?
- det symmetriska höljet av R ?
- det transitiva höljet av R ?

Vad blir ovanstående om istället $R = \emptyset$?

(5 poäng)

5. Låt R vara en binär relation på de naturliga talen definerad på följande sätt

$$R(m, n) \text{ om } m^2 - n^2 \text{ är ett jämnt heltal.}$$

Visa att R är en ekvivalensrelation.

(5 poäng)

6. Visa med hjälp av induktion att

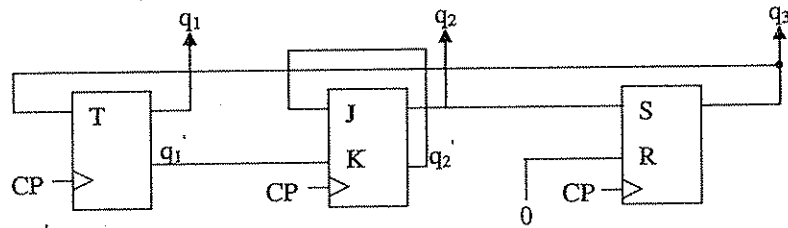
$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

för varje positivt heltal n .

(5 poäng)

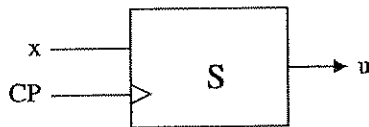
Digitalteknik

7. Vipporna i nedanstående synkrona autonoma sekvensnät kan vid spänningstillslag ställa sig i vilket tillstånd som helst. Bestäm den sekvens som nätet så småningom alltid hamnar i.



(4p)

- 8.

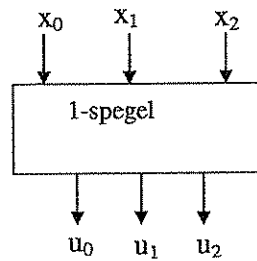


Det synkrona sekvensnätet S ska detektera delsekvenserna 1001 på ingången, dvs u ska bli '1' i det klockintervall sista ettan i 1001 uppträder på ingången. Insignalen x är synkroniserad.

Konstruera S med två stycken JK-vippor samt ett minimalt kombinatoriskt nät av NAND-grindar och inverterare.

(10p)

9. Det kombinatoriska nätet *I-spegel* har insignalerna $X = \langle x_0, x_1, x_2 \rangle$ och utsignalerna $U = \langle u_0, u_1, u_2 \rangle$.



I-spegel speglar insignalen X i den minst signifikanta biten, dvs $u_0 = x_2$, $u_1 = x_1$, $u_2 = x_0$.

Exempel på speglade tal:

<u>Tal</u>	<u>Speglat</u>
101	101
110	011

Konstruera *I-spegel* minimalt. Använd 2/1 multiplexrar samt inverterare.

(7p)