Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings Universitet

Datum för tentamen	2010-08-26
Sal (1) Om tentan går i flera salar ska du bifoga ett försättsblad till varje sal och ringa in vilken sal som avses	TER4
Tid	8-13
Kurskod	TDDC75
Provkod	TEN1
Kursnamn/benämning **Provnamn/benämning**	Diskreta strukturer Skriftlig tentamen
Institution	IDA
Antal uppgifter som ingår i tentamen	9
Jour/Kursansvarig Ange vem som besöker salen	Gustav Nordh och Lennart Bengtsson
Telefon under skrivtiden	0739-871855 resp. 1367
Besöker salen ca kl.	10
Kursadministratör/kontaktperson (namn + tfnr + mailaddress)	Gunilla Mellheden / 2297 / gunilla.mellheden@liu.se
Tillåtna hjälpmedel	Inga
Övrigt	
Vilken typ av papper ska användas, rutigt eller linjerat	Valfritt + Appendix (uppg 8)
Antal exemplar i påsen	

TENTAMEN I
TDDC75 DISKRETA STRUKTURER

2010-08-26, kl. 8–13, Sal TER4

- Inga hjälpmedel är tillåtna.
- Kom ihåg att svaren på samtliga uppgifter måste MOTIVERAS, och att motiveringarna skall vara uppställda på ett sådant sätt att det går att följa hur Du tänkt. OMOTIVERADE SVAR GER 0 POÄNG OM INGET ANNAT ANGES.
- Jour: Gustav Nordh (nåbar på tel. 0739 871855) på diskret matematik och Lennart Bengtsson (tel. 1367) på digitalteknik.
- Visning: Meddelas på kurshemsidan.
- Maxpoäng är 50 poäng. För betyg 3 krävs minst 25 poäng, för betyg 4 krävs 34 poäng och för betyg 5 krävs 42 poäng.

Lycka till!!!

Diskret matematik

1. Visa eller motbevisa att

$$2^{A \cup B} = 2^A \cup 2^B$$

för godtyckliga mängder A och B.

(Skrivsättet 2^A betecknar potensmängden av A.)

(5 poäng)

2. Låt $f, g\colon \mathbf{N} \to \mathbf{N}$ vara definerade enligt $f(x) = x + 1$ och $g(x) = 3x$. Vad blir följande?

   (a) $(g \circ f)(5)$

   (b) $(f \circ g)(5)$

   (c) $(f \circ g)(x)$

   (d) $(g \circ g)(x + 1)$

   (Med $\mathbf{N}$ avses mängden av de naturliga talen $\{0, 1, 2, \ldots\}$.)

(4 poäng)

3. Antag att $R \subseteq \mathbf{N} \times \mathbf{N}$ definieras enligt

$$R = \{(0,1), (2,1), (3,4), (4,5)\}.$$

Ange den, i mängdhänseende, minsta ekvivalensrelation $S \subseteq \mathbf{N} \times \mathbf{N}$ som inkluderar R, dvs. sådan att $R \subseteq S$ (och sådan att om $R \subseteq T$ och T är en ekvivalensrelation, så gäller att $S \subseteq T$).

(Med $\mathbf{N}$ avses mängden av de naturliga talen $\{0, 1, 2, \ldots\}$.)

(5 poäng)

4. Antag att vi har en Boolesk funktion $f(x, y, z)$ vars värde är 1 omm alla insignalerna x, y, z har samma värde, t.ex. $f(0, 1, 1) = 0$ medan $f(0, 0, 0) = f(1, 1, 1) = 1$. Skriv funktionen f på utvecklad disjunktiv respektive konjunktiv normalform (dvs. samtliga variabler skall finnas med i varje min- och maxterm).

(5 poäng)

5. Låt R_1 och R_2 vara följande relationer på $\{1, 2, 3, 4\}$

$$\begin{aligned} R_1 &= \{(1,1), (1,2), (3,4), (4,2)\} \\ R_2 &= \{(1,1), (2,1), (3,1), (4,4), (2,2)\} \end{aligned}$$

Skriv ut följande relationer (på samma form som relationerna ovan):

(a) Reflexiva höljet av R_1.

(b) Symmetriska höljet av R_1.

(c) Symmetriska höljet av $R_1 \cup R_2$.

(d) Transitiva höljet av R_1.

(e) Transitiva höljet av R_2.

(5 poäng)

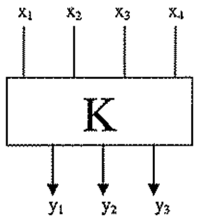
6. Använd induktion för att visa att

$$n! > n^2 \text{ för alla hela tal } n \geq 4.$$

Ledning: Skrivsättet $n!$ betyder fakulteten av n, dvs. $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$.

(5 poäng)

7. Konstruera det kombinatoriska nätet K så, att det på sina utgångar <y_1, y_2, y_3> i binärkod anger antalet ettor bland insignalerna <x_1, x_2, x_3, x_4>.

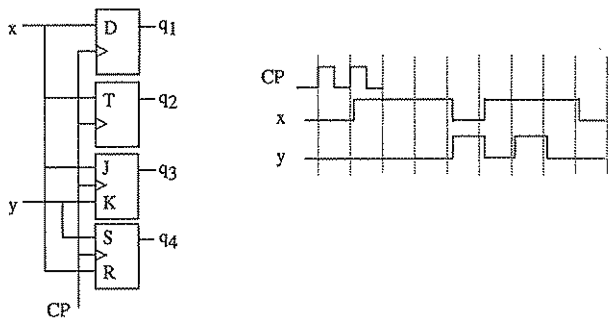


Realisera K med valfria grindar.

(7 p)

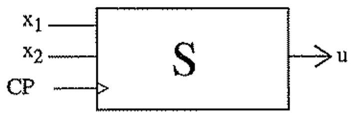
---

8. De fyra vipporna i figuren har som insignaler de två synkroniserade signalerna x och y. Vid ett tillfälle, när alla vipporna är nollställda, varieras x och y enligt pulsschemat. Rita kurvformer för q_1, q_2, q_3, q_4 i vart och ett av de 9 klockpulsintervallen. **Lösningen ska redovisas på bilagan. Glöm inte att riva ut och lämna in denna.**



(4 p)

9.



Ett synkront sekvensnät, S, har två studsfria och synkroniserade insignaler, x_1 och x_2, och en utsignal, u. Konstruera S så, att u = 1 om och endast om insignalerna i de fyra senaste klockpulsintervallen varit x_1x_2 = 00, 00, 11, 10. Använd två stycken D-vippor samt ett minimalt kombinatoriskt nät av NAND-grindar och inverterare.

(10 p)

Bilaga för lösning av uppgift 8. Ska lämnas in!