Försättsblad till skriftlig tentamen vid Linköpings Universitet

Datum för tentamen	2010-01-13
Sal (1) Om tentan går i flera salar ska du bifoga ett försättsblad till varje sal och ringa in vilken sal som avses	TER2
Tid	8-13
Kurskod	TDDC75
Provkod	TEN
Kursnamn/benämning **Provnamn/benämning**	Diskreta strukturer
Institution	IDA
Antal uppgifter som ingår i tentamen	9
Jour/Kursansvarig Ange vem som besöker salen	Tommy Färnqvist, IDA Lennart Bengtsson, ISY
Telefon under skrivtiden	1479 resp 1367
Besöker salen ca kl.	10
Kursadministratör/kontaktperson (namn + tfnr + mailaddress)	Gunilla Mellheden 2297 gunme@ida.liu.se
Tillåtna hjälpmedel	Inga
Övrigt	Inget
Vilken typ av papper ska användas, rutigt eller linjerat	Valfritt
Antal exemplar i påsen	

TENTAMEN I
TDDC75 DISKRETA STRUKTURER

2010-01-13, kl. 8–13, Sal TER2

- Inga hjälpmedel är tillåtna.
- Kom ihåg att svaren på samtliga uppgifter måste MOTIVERAS, och att motiveringarna skall vara uppställda på ett sådant sätt att det går att följa hur Du tänkt. OMOTIVERADE SVAR GER 0 POÄNG OM INGET ANNAT ANGES.
- Jour: Tommy Färnqvist (nåbar på tel. 1479) på diskret matematik och Lennart Bengtsson (tel. 1367) på digitalteknik.
- Visning: Meddelas på kurshemsidan.
- Maxpoäng är 50 poäng. För betyg 3 krävs minst 25 poäng, för betyg 4 krävs 34 poäng och för betyg 5 krävs 42 poäng.

Lycka till!!!

Diskret matematik

1. Låt $A = \{a, \emptyset\}$. Ange om nedanstående påståenden är korrekta eller inkorrekta eller avstå från att svara:

   (a) $a \in A$

   (b) $\{a\} \in A$

   (c) $\emptyset \subseteq A$

   (d) $\{\emptyset\} \subseteq A$

   (e) $\{\emptyset\} \in A$

   Svaren behöver INTE motiveras. Varje rätt svar ger 1 poäng och varje felaktigt svar ger -1 poäng. Inget svar alls ger 0 poäng.

   (Max 5 poäng och minst 0 poäng)

2. För var och en av följande funktioner, ange om funktionen är injektiv och/eller surjektiv (eller ingendera):

- Funktionen $f: \mathbf{N}_8 \to \mathbf{N}_8$ definierad enligt $f(n) = (n+3) \bmod 8$ där $\mathbf{N}_8 = \{0, 1, 2, \ldots, 7\}$.
- Funktionen $g: \mathbf{N} \times \mathbf{N} \to \mathbf{N}$ definierad enligt $g(m,n) = m + n$ och där $\mathbf{N} = \{0, 1, 2, \ldots\}$.

Med x mod y avses (som brukligt) resten vid heltalsdivision av x med y.

(4 poäng)

3. Ge ett exempel på en ekvivalensrelation $R \subseteq A \times A$ där $|A| = 6$ och R innehåller 4 ekvivalensklasser.

(5 poäng)

4. Antag att vi har två mängder, A och B, som uppfyller följande

- $A \cup B = \{a, b, c, d, e, f, g\}$,
- $A \cap B = \{c, e\}$,
- $\overline{A} \setminus \overline{B} = \{b, g\}$.

Hur måste A och B se ut?

Ledning: Med skrivsättet $\overline{A}$ menas komplementet av A och $A \setminus B$ betecknar differensen mellan A och B.

(5 poäng)

5. Antag att $R \subseteq A \times A$ är en partialordning på A. Antag vidare att $P \subseteq (A \times A) \times (A \times A)$ är definerad enligt följande

$$(x_1, x_2)P(y_1, y_2) \text{ omm } x_1 R y_1 \text{ och } x_2 R y_2.$$

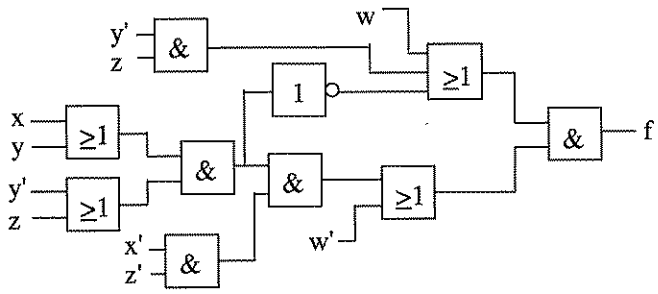
Visa eller motbevisa att P är en partialordning på $A \times A$.

(5 poäng)

6. Visa med hjälp av induktion att $5^n - 1$ är jämnt delbart med 4 för alla positiva heltal n.

(5 poäng)

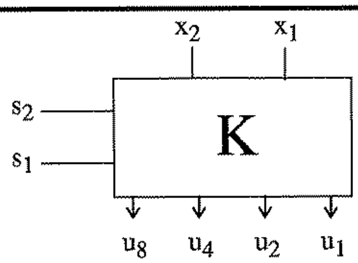
7.



Bestäm ett minimalt disjunktivt och ett minimalt konjunktivt uttryck för ovanstående nät. Det måste framgå vilket uttryck som är vilket. Näten ska inte ritas.

(5 p)

8.



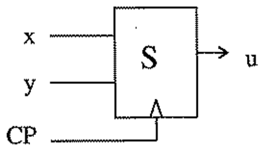
Det kombinatoriska nätet K ska utföra vissa enkla aritmetiska operationer på ett positivt binärt heltal $X = <x_2, x_1>$. Resultatet är ett positivt binärt heltal $U = <u_8, u_4, u_2, u_1>$, som förutom X bestäms av styringångarna $< s_2, s_1 >$ enligt följande tabell:

s_2 s_1	U
0 0	4 - X
0 1	X + 1
1 0	3 · X
1 1	X + 5

Konstruera K med 4/1 NAND-grindar och inverterare.

(8 p)

9.



Nätet S är ett synkront sekvensnät. På dess synkroniserade ingångar, x och y, inkommer två tal angivna i tecken-belopp representation, $x = < x_0, x_1, x_2, . . . >$ och $y = < y_0, y_1, y_2, . . . >$. I denna representation anger $<x_1, x_2, . . .>$ talets absolutbelopp som $x_1 \cdot 2^{-1} + x_2 \cdot 2^{-2} + . . .$, medan x_0 anger talets tecken (motsvarande för y). För negativa tal är $x_0 = 1$ och för positiva är $x_0 = 0$.

Exempel:
1010000 = -1/4
0100000 = 1/2

Observera att koden inte är entydig för talet noll, vilket kan kodas både som -0 och +0, d.v.s. som <1, 0, . . . , 0, 0> och som <0, 0, . . . , 0, 0>. (Motsvarande gäller för y).

Konstruera S så, att utsignalen u = 1 om och endast om x = y. Talen uppträder med lägst indexbit först (x_0). Använd 2 st D-vippor och valfri kombinatorik.

(8 p)