

## Tentamen i Matematisk grundkurs 2018-08-21 kl 14-19

Inga hjälpmedel är tillåtna (penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva *får* användas). Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

En tentand som fått färre än 9 skrivningspoäng får addera intjänade bonuspoäng<sup>1</sup> till sin skrivningspoäng så länge summan av bonuspoäng och skrivningspoäng inte överstiger 9.

För betyg 3, 4 och 5 räcker 9, 12 resp. 15 poäng.

Svar m m finns på kurshemsidan efter tentamens slut. Resultat meddelas via e-brev.

1. (a) Bestäm alla lösningar till  $\frac{x}{x-1} > \frac{x}{x+1}$ . (1 p)

(b) Finns det förstgradspolynom  $p(x)$  och  $q(x)$  sådana att (1 p)

$$\frac{x^3 - 1}{2x^2 + x + 1} = p(x) + \frac{q(x)}{2x^2 + x + 1}?$$

Bestäm i så fall sådana  $p(x)$  och  $q(x)$ .

(c) Definiera  $\sqrt{a}$  för  $a \geq 0$ . (1 p)

2. (a) Beräkna  $\sum_{k=-26}^{27} k^3$  och  $\sum_{k=-26}^{27} 3^k$ . (2 p)

(b) Bestäm  $\left| e^{2i} \left( 2i + \frac{1}{1+i} \right) \right|$ . (1 p)

3. (a) Lös ekvationen  $6 \cdot 3^{3x-1} + 5 \cdot 9^x = 3^{x+1}$ . (2 p)

(b) För vilka reella  $x$  är  $\sqrt{\ln x} = \ln \sqrt{x}$ ? (1 p)

4. (a) Skriv  $\sin^2 3x \cos 5x$  som en summa av cos- och/eller sin-termer. (2 p)

(b) Beräkna  $\tan \left( \arccos \left( -\frac{3}{4} \right) \right)$ . (1 p)

5. För vilka  $z \in \mathbf{C}$  gäller  $z^7 + 7i = 7$ ?

6. Bestäm  $D_f$  samt (om möjligt) ett uttryck för  $f^{-1}$  om  $f(x) = \sqrt{2\pi - 3 \arccos \frac{x-1}{x}}$ .

7. Givet att  $c$  är hypotenusan i en rätvinklig triangel med sidor  $a$ ,  $b$  och  $c$ , beräkna

$$v = \arctan \frac{b+c}{a} + \arctan \frac{a+c}{b}.$$

---

<sup>1</sup>Godkänd dugga 1 ger 2 bonuspoäng. Minst 6 poäng på dugga 2 ger 2 bonuspoäng, godkänd dugga 2 ger ytterligare 2 bonuspoäng, d v s godkänd dugga 2 ger totalt 4 bonuspoäng.