

## Tentamen i Matematisk grundkurs 2018-01-04 kl 14-19

Inga hjälpmedel är tillåtna (penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva *får* användas). Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

En tentand som fått färre än 9 skrivningspoäng får addera intjänade bonuspoäng<sup>1</sup> till sin skrivningspoäng så länge summan av bonuspoäng och skrivningspoäng inte överstiger 9.

För betyg 3, 4 och 5 räcker 9, 12 resp. 15 poäng.

Svar m m finns på kurshemsidan efter tentamens slut. Resultat meddelas via e-brev.

- (a) Utveckla  $(2x - 1)^5$ . (1 p)

(b) Bestäm realdelen till  $z = \frac{3 + 4i}{3 - i} - |4i - 3|$ . (1 p)

(c) Förenkla  $\sum_{k=0}^{100} (k + 2^k)$ . (1 p)
- (a) Vilka  $x \in \mathbf{R}$  uppfyller sambandet  $\ln(-x) - \ln(2 - x) - \ln(7 - 2x) = \ln 3$ ? (2 p)

(b) Lös ekvationen  $\ln t \cdot \ln \frac{1}{t} - \frac{1}{\ln t} = 0$ . (1 p)
- (a) För vilka  $x$  är  $\sin 2x = 2 \sin x$ ? (1 p)

(b) Beräkna  $\sin(\arctan \sqrt{17})$  och  $\arcsin\left(\sin \frac{6\pi}{7}\right)$ . (2 p)
- Definiera  $x^\alpha$  för  $x > 0$ ,  $\alpha \in \mathbf{R}$  samt lös ekvationen  $12x^{1/4} + x^{1/2} = 3x^{3/4} + 4$ .
- Bestäm alla lösningar till ekvationen  $\sqrt{6} \sin x = 2 + \sqrt{2} \cos x$ .
- (a) Låt  $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$  med  $D_f = \mathbf{R}$  och låt  $g(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$  med  $D_g = ] - \infty, 0]$ . Visa att  $f$  saknar invers men att  $g$  har invers. Bestäm också ett uttryck för  $g^{-1}$ . (2 p)

(b) Rita (om möjligt) grafen till någon inverterbar funktion  $f$  som varken är strängt växande eller strängt avtagande. (1 p)
- Lös ekvationen  $\arctan 3x = 2 \arccos x$ .

---

<sup>1</sup>Godkänd dugga 1 ger 2 bonuspoäng. Minst 6 poäng på dugga 2 ger 2 bonuspoäng, godkänd dugga 2 ger ytterligare 2 bonuspoäng, d v s godkänd dugga 2 ger totalt 4 bonuspoäng.