

Tentamen i Matematisk grundkurs 2016-08-16 kl 14-19

Inga hjälpmedel är tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

En tentand som fått färre än 9 skrivningspoäng får addera intjänade bonuspoäng¹ till sin skrivningspoäng så länge summan av bonuspoäng och skrivningspoäng inte överstiger 9.

För betyg 3, 4 och 5 räcker 9, 12 resp. 15 poäng.

Svar mm finns att hämta på kurshemsidan efter tentamens slut. Resultat meddelas via e-brev.

1. (a) Lös olikheten $\frac{x^2 + 3x + 2}{x - 5} < x + 1$. (1 p)
- (b) Beräkna $-19 - 12 - 5 + 2 + \dots + 667 + 674$? (1 p)
- (c) Definiera $\binom{n}{k}$ för heltal n och k sådana att $1 \leq k \leq n$. (1 p)
2. Lös ekvationen $\ln(x + 2) - \ln(4 - x) = \frac{1}{2} \ln x$.
3. (a) För vilka $x \in \mathbf{R}$ gäller sambandet $\sin 5x = \sin 3x$? (1 p)
- (b) Lös ekvationen $\tan 2x = 3 \tan x$. (2 p)
4. Bestäm D_f och (om möjligt) ett uttryck för f^{-1} om $f(x) = \ln \left(\frac{1 + e^{2x}}{7 - e^{2x}} \right)$.
5. (a) Bestäm $\cos(\arctan(-2))$. (1 p)
- (b) Vilket av talen $\alpha = 2 \arctan 3$ och $\beta = \arccos \left(-\sqrt{\frac{3}{5}} \right)$ är störst? (2 p)
6. Bestäm alla komplexa lösningar till ekvationen $z^4 + 25 \cos \frac{\pi}{5} = i \cdot 25 \sin \frac{\pi}{5}$.
7. Visa att $\left(\frac{\operatorname{Re} z}{z} \right)^n = 2^{-n} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \left(\frac{|z|}{z} \right)^{2k}$ för alla komplexa $z \neq 0$, där $n = 1, 2, 3, \dots$

¹Godkänd dugga 1 ger 2 bonuspoäng. Minst 6 poäng på dugga 2 ger 2 bonuspoäng, godkänd dugga 2 ger ytterligare 2 bonuspoäng, dvs godkänd dugga 2 ger totalt 4 bonuspoäng.