LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Tillämpad matematik

Kurskod: TATM79
Provkod: TEN7

Tentamen i Matematisk grundkurs 2015-08-18 kl 14-19

Inga hjälpmedel är tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

En tentand som fått färre än 9 skrivningspoäng får addera intjänade bonuspoäng[1] till sin skrivningspoäng så länge summan av bonuspoäng och skrivningspoäng inte överstiger 9.

För betyg 3, 4 och 5 räcker 9, 12 resp. 15 poäng.

Svar m m finns att hämta på kurshemsidan efter tentamens slut. Resultat meddelas via e-brev.

1. (a) Lös olikheten $\dfrac{x+2}{x} \leq x$. (2 p)

   (b) Beräkna $\dbinom{14}{11}$. (1 p)

2. (a) Förenkla uttrycket $e^{-3\ln 2} \cdot \ln \dfrac{9}{e^8} - \dfrac{1}{4}\ln 3$. (1 p)

   (b) Lös ekvationen $2\ln(2-x) - \ln\left(\dfrac{10}{3} - x\right) = \ln 3$. (2 p)

3. (a) Vilka $x \in \mathbf{R}$ uppfyller sambandet $\sin\left(x - \dfrac{\pi}{5}\right) = \sin\left(x + \dfrac{\pi}{5}\right)$? (1 p)

   (b) Bestäm $|i\cos x - \sin x|$ för alla $x \in \mathbf{R}$. (1 p)

   (c) Beräkna $\cos\left(\dfrac{\pi}{3} - \arccos\left(-\dfrac{1}{3}\right)\right)$. (1 p)

4. Finn alla komplexa lösningar till ekvationen $z^3 + 2\sqrt{2}\,i = 0$.

   Svara på rektangulär form, d v s på formen $z = a + bi$ där $a, b \in \mathbf{R}$.

5. I en aritmetisk summa med 20 termer är produkten av 5:e och 6:e termen lika med första temen och om man drar bort 2 från första termen får man dubbla 5:e termen. Bestäm alla värden som summan kan anta.

6. Lös ekvationen $6\sin 3x = 5 + 8\cos 3x$.

7. Låt $0 \neq x \in \mathbf{R}$. Visa att $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} e^{-k^2 x} \leq \frac{1 - e^{-n^2 x}}{e^x - 1}$ för $n = 1, 2, 3, \ldots$.

[1] Godkänd dugga 1 ger 2 bonuspoäng. Minst 6 poäng på dugga 2 ger 2 bonuspoäng, godkänd dugga 2 ger ytterligare 2 bonuspoäng, d v s godkänd dugga 2 ger totalt 4 bonuspoäng.