

Tentamen i Matematisk grundkurs 2014-08-19 kl 14-19

Inga hjälpmedel är tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

En tentand som fått färre än 9 skrivningspoäng får addera intjänade bonuspoäng¹ till sin skrivningspoäng så länge summan av bonuspoäng och skrivningspoäng inte överstiger 9.

För betyg 3, 4 och 5 räcker 9, 12 resp. 15 poäng.

Svar mm finns att hämta på kurshemsidan efter tentamens slut. Resultat meddelas via e-brev.

1. (a) För vilka reella x är $3x + |1 - x| = 0$? (1 p)

(b) Skriv $\sum_{k=3}^{202} 3 \cdot 2^{k-1}$ på enklast möjliga form. (1 p)

(c) Beräkna $\sum_{k=1}^3 \binom{k+5}{k+2}$. (1 p)

2. Lös ekvationen $\ln(2 - x) - 2 \ln x = \ln(x + 4)$.

3. (a) Cirkeln C går genom origo och har sin medelpunkt i $(2, -1)$. Linjen L går genom $(-1, -3)$ och $(2, 3)$. Bestäm alla skärningspunkter mellan C och L . (2 p)

(b) Skriv $z = i\sqrt{3} - 3$ på polär form. (1 p)

4. Bestäm definitionsmängden D_f och (om möjligt) inversen till $f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{x-2}}$.

5. Skriv $\cos x \sin^2 x$ som en summa av cos- och/eller sin-termer.

Lös också ekvationen $4 \cos x \sin^2 x = \sin x + \cos x$.

6. Beräkna $\arctan 3 + \arccos\left(-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$.

7. Visa att $\sum_{k=1}^n \ln(k^2 + k + 1) - \sum_{k=1}^n \ln(k^2 + k) < \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} < 1$ för $n = 1, 2, 3, \dots$

¹Godkänd dugga 1 ger 2 bonuspoäng. Minst 6 poäng på dugga 2 ger 2 bonuspoäng, godkänd dugga 2 ger ytterligare 2 bonuspoäng, dvs godkänd dugga 2 ger totalt 4 bonuspoäng.