LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Tillämpad matematik

Kurskod: TATM79
Provkod: TEN7

Tentamen i Matematisk grundkurs 2014-01-07 kl 8-13

Inga hjälpmedel är tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

En tentand som fått färre än 9 skrivningspoäng får addera intjänade bonuspoäng[1] till sin skrivningspoäng så länge summan av bonuspoäng och skrivningspoäng inte överstiger 9.

För betyg 3, 4 och 5 räcker 9, 12 resp. 15 poäng.

Svar m m finns att hämta på kurshemsidan efter tentamens slut. Resultat meddelas via e-brev.

1. (a) Vilka reella x uppfyller sambandet $1 + 2x + \sqrt{8x^2 - 14} = 0$? (2 p)

   (b) Definiera $|z|$ om $z = x + iy$ där $x, y \in \mathbf{R}$. (1 p)

2. (a) För vilka $x \in \mathbf{R}$ är $\dfrac{e^{x^2} - 1}{7 - e^{x^2}} = \dfrac{e^{x^2}}{e^{x^2} + 8}$? (1 p)

   (b) Lös ekvationen $\ln x = \dfrac{\ln \frac{1}{x} - \ln x^2}{\ln \frac{e}{x} + \ln x^3 + \ln ex - \ln x^2}$. (2 p)

3. (a) Beräkna $\sin\left(\arccos \dfrac{1}{3}\right)$. (1 p)

   (b) Bestäm $\cos v$ om man vet att $\tan v = \dfrac{3}{4}$ och att $\pi < v < 2\pi$. (1 p)

   (c) För vilka reella x är $3 \sin 2x - 1 = 0$? (1 p)

4. Lös ekvationen $\dfrac{1}{\sqrt{3}} \cos 3x = 1 + \sin 3x$.

5. Bestäm alla komplexa nollställen till $p(z) = z^5 + 2z^3 - 2z^2 - 4$ om man vet att $z = i\sqrt{2}$ är ett nollställe till $p(z)$.

6. Bestäm D_f om $f(x) = \arctan \sqrt{\ln\left(\dfrac{2x-3}{x-4}\right)}$. Lös också olikheten $f(x) \geq \dfrac{\pi}{4}$.

7. Om $z = x + iy$ där $x, y \in \mathbf{R}$ är ett godtyckligt komplext tal definieras e^z och $\sin z$ enligt $e^z = e^{x+iy} = e^x \cdot e^{iy}$ och $\sin z = \dfrac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$.

   Finn alla komplexa lösningar till ekvationen $\sin z = 2$.

[1] Godkänd dugga 1 ger 2 bonuspoäng. Minst 6 poäng på dugga 2 ger 2 bonuspoäng, godkänd dugga 2 ger ytterligare 2 bonuspoäng, d v s godkänd dugga 2 ger totalt 4 bonuspoäng.