

Tentamen i Matematisk grundkurs 2013-01-07 kl 14-19

Inga hjälpmedel är tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

En tentand som fått färre än 9 skrivningspoäng får addera intjänade bonuspoäng¹ till sin skrivningspoäng så länge summan av bonuspoäng och skrivningspoäng inte överstiger 9.

För betyg 3, 4 och 5 räcker 9, 12 resp. 15 poäng.

Svar m m finns att hämta på kurshemsidan efter tentamens slut. Resultat meddelas via e-brev.

- (a) Lös olikheten $\frac{x+1}{x} > \frac{x}{x+1}$. (1 p)

(b) Finn alla komplexa lösningar till ekvationen $z^3 - 2z + 4 = 0$. (2 p)
- (a) Lös ekvationen $3^x = 6 - 9^x$. (2 p)

(b) För vilka $x \in \mathbf{R}$ är $\ln(2 - 3x) > \ln(5x - 2)$? (1 p)
- (a) Vilka reella x uppfyller sambandet $\sin x = 3 \sin 2x$? (2 p)

(b) Formulera och bevisa additionsformeln för tangens. Additionsformlerna för sinus och cosinus får användas utan bevis. (1 p)
- (a) Bestäm alla komplexa tal z sådana att $\operatorname{Im} z = 3$ och $z\bar{z} = 13$. (1 p)

(b) En cirkel C har sin medelpunkt i $(-1, 4)$ och linjen L går genom punkterna $(2, -1)$ och $(0, -5)$. Bestäm C 's radie om man vet att C och L har exakt en gemensam punkt. Bestäm också denna punkt. (2 p)
- Skriv $\cos x \sin 3x \sin 5x$ som en summa av cos- och/eller sin-termer.
Lös också ekvationen $4 \cos x \sin 3x \sin 5x = \cos x + \cos 3x$.
- Bestäm D_f och (om möjligt) ett uttryck för f^{-1} om $f(x) = \ln \left(\pi + 6 \arcsin \left(\frac{1-x}{1+x} \right) \right)$.
- Lös ekvationssystemet $\begin{cases} (\ln y)^2 \sin(\pi + 5(\ln x)^2) = 1 \\ (\ln y)^2 \cos(5(\ln x)^2) = 1 \end{cases}$.

¹Godkänd dugga 1 ger 2 bonuspoäng. Minst 6 poäng på dugga 2 ger 2 bonuspoäng, godkänd dugga 2 ger ytterligare 2 bonuspoäng, d v s godkänd dugga 2 ger totalt 4 bonuspoäng.