LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Tillämpad matematik

Kurskod: TATM79
Provkod: TEN7

Tentamen i Matematisk grundkurs 2012-08-13 kl 8-13

Inga hjälpmedel är tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

En tentand som fått färre än 9 skrivningspoäng får addera intjänade bonuspoäng[1] till sin skrivningspoäng så länge summan av bonuspoäng och skrivningspoäng inte överstiger 9.

För betyg 3, 4 och 5 räcker 9, 12 resp. 15 poäng.

Svar m m finns att hämta på kurshemsidan efter tentamens slut. Resultat meddelas via e-brev.

1. (a) Vilka reella x uppfyller sambandet $2|x| - |x+1| = \dfrac{x}{2}$. (2 p)

   (b) Låt z vara komplext. Tolka ekvationen $(z+\bar{z})^2 = 16 + (z-\bar{z})^2$ geometriskt. (1 p)

2. (a) Lös ekvationen $\cos 5x = \cos\left(\dfrac{\pi}{5} - x\right)$. (1 p)

   (b) Beräkna $\tan\left(\arcsin\dfrac{1}{3}\right)$. (1 p)

   (c) Beräkna $\cos\left(x + \dfrac{\pi}{6}\right)$ då $\sin x = \dfrac{1}{4}$ och $\dfrac{\pi}{2} < x < \pi$. (1 p)

3. (a) Bestäm definitionsmängden och (om möjligt) inversen till $f(x) = \ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$. (2 p)

   (b) Lös ekvationen $4 + \ln x \cdot \ln\dfrac{1}{x} = 0$. (1 p)

4. Skriv $\sin^3 2x$ som en summa av cos- och/eller sin-termer.

   Lös också ekvationen $2\sin^3 2x = \sin 6x$.

5. I en aritmetisk summa är sista temen 10, produkten av första och fjärde termen är 220 och produkten av andra och tredje termen är 252. Vilka värden kan summan anta?

6. Låt $p(z) = 4z^3 + (6+2i)z^2 + (6+11i)z + 17$. Visa att $p(i) = 0$ och faktorisera $p(z)$ så långt som möjligt i komplexa faktorer.

7. Beräkna summan $s_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n}\left(\frac{1}{2^k+1} - \frac{1}{4\cdot 2^k + 1}\right)$ och visa sedan att det finns ett positivt heltal N sådant att $\left|s_n - \dfrac{5}{6}\right| < 10^{-6}$ för alla $n \geq N$.

[1] Godkänd dugga 1 ger 2 bonuspoäng. Minst 6 poäng på dugga 2 ger 2 bonuspoäng, godkänd dugga 2 ger ytterligare 2 bonuspoäng, d v s godkänd dugga 2 ger totalt 4 bonuspoäng.