

TATA 57/TATA80 Transformteori. 2017.10.28, kl. 8-13. TEN 1.

Inga hjälpmedel tillåtna förutom tabellerna *Transformteori. Sammanfattning, Formler & Lexikon* (ni får använda era egna exemplar). Varje uppgift ger 0-3 poäng. En godkänd uppgift är den som bedöms med minst 2 poäng. Betyg N , med $N = 3, 4, 5$, fås med $3N - 1$ poäng samt N godkända uppgifter. Lösningar till tentamen ska finnas på kursens hemsida efter tentamens slut.

1) Lös differensekvationen

$$y(k+2) + 5y(k+1) + 6y(k) = \sin \frac{k\pi}{2}$$

för $k = 0, 1, 2, \dots$, där $y(0) = 0$, $y(1) = 0$.

2) Lös ekvationen

$$y''(t) - 3y'(t) + 2y(t) = \sin t$$

för $t \geq 0$ och med $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.

3) Funktionen $f(t)$ har period 2π och definieras på intervallet $[-\pi, \pi]$ genom $f(t) = \begin{cases} 0 & -\pi \leq t < 0 \\ t & 0 \leq t < \pi \end{cases}$.

Mot vilka värden konvergerar fourierserien i punkterna $t = 0, \pm\pi$?

Beräkna $f(t)$'s fourierserie och beräkna sedan värdet på serien

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2}.$$

Motivera nogga.

4) Finn alla lösningar $y(t) \in L^1(\mathbb{R})$ till ekvationen

$$y''(t) - 3y'(t) + 2y(t) = 36te^{-t}\chi(t).$$

5) Bestäm alla funktioner $y(t)$ som har period 2π och uppfyller differentialekvationen

$$y''(t) + y'(t - \pi) + 2y(t) = \cos t - \sin t$$

Motivera nogga.

6) Beräkna integralen

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 t}{t^2(t^2 + 4)} dt.$$

7) Beräkna integralen $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{16 \arctan x}{1 + x^2 + \frac{x^4}{n^2}} dx$. Motivera nogga.