

## TATA 57/TATA80 Transformteori. 2017.05.30, kl.14-19. TEN 1.

Inga hjälpmedel tillåtna förutom tabellerna *Transformteori. Sammanfattning, Formler & Lexikon* (ni får använda era egna exemplar). Varje uppgift ger 0-3 poäng. En godkänd uppgift är den som bedöms med minst 2 poäng. Betyg  $N$ , med  $N = 3, 4, 5$ , fås med  $3N - 1$  poäng samt  $N$  godkända uppgifter. Lösningar till tentamen ska finnas på kursens hemsida efter tentamens slut.

---

1) Lös differensekvationen

$$y(k+2) + \sum_{m=0}^k y(m)2^{k-m} = \cos \frac{k\pi}{2}$$

för  $k = 0, 1, 2, \dots$ , där  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = 0$ .

2) Lös ekvationen

$$y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = \cos t$$

för  $t \geq 0$  och med  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = -2$ .

3) Funktionen  $f(t)$  har period  $2\pi$  och definieras på intervallet  $[-\pi, \pi]$  som  $f(t) = \pi^2 - t^2$ .

Beräkna  $f(t)$ 's fourierserie och beräkna sedan värdena på serierna

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}, \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4}.$$

Motivera noga.

4) Finn alla lösningar  $y(t) \in L^1(\mathbb{R})$  till ekvationen

$$y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = te^t \chi(-t).$$

5) Bestäm alla funktioner  $y(t)$  som har period  $2\pi$  och uppfyller differentialekvationen

$$y''(t) + y'(t) + 2y(t - \pi) = 2 \sin^2 t$$

Motivera noga.

6) Beräkna integralen

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-|t|} \frac{(1 - \cos t)}{t^2} dt.$$

7) Visa att serien  $f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos kx}{k^3 + x^2}$  definierar en kontinuerligt deriverbar funktion för alla  $x \in \mathbb{R}$ .

Motivera noga.