

## TATA 57/TATA80 Transformteori. 2016.10.20, kl.8-13. TEN 1.

Inga hjälpmedel tillåtna förutom tabellerna *Transformteori. Sammanfattning, Formler & Lexikon* (ni får använda era egna exemplar). Varje uppgift ger 0-3 poäng. En godkänd uppgift är den som bedöms med minst 2 poäng. Betyg  $N$ , med  $N = 3, 4, 5$ , fås med  $3N - 1$  poäng samt  $N$  godkända uppgifter. Lösningar till tentamen ska finnas på kursens hemsida efter tentamens slut.

---

1) Lös differensekvationen

$$y(k+2) + y(k) = \sum_{m=0}^k 2^m$$

för  $k = 0, 1, 2, \dots$ , där  $y(0) = y(1) = 0$ .

2) Lös ekvationen

$$y''(t) + 4y(t) = \sin t$$

för  $t \geq 0$  och med  $y(0) = 1, y'(0) = -2$ .

3) Funktionen  $f(t)$  har period  $2\pi$  och definieras som  $f(t) = \begin{cases} -\frac{t}{2} & -\pi < t \leq 0 \\ \frac{\pi}{2} - t & 0 < t \leq \pi \end{cases}$ .

Mot vilka värden konvergerar fourierserien i  $t = 0, \pm\pi$ ?

Beräkna  $f(t)$ 's fourierserie och beräkna sedan värdet på serien

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2}$$

Motivera nogga.

4) Finn alla lösningar  $y(t) \in L^1(\mathbb{R})$  till ekvationen

$$y''(t) - \int_{-\infty}^{\infty} y(t-u)e^{-2|u|} du = -e^{-2|t|} \operatorname{sgn} t.$$

5) Bestäm alla funktioner  $y(t)$  som har period  $2\pi$  och uppfyller differentialekvationen

$$y''(t) + y\left(t - \frac{\pi}{2}\right) = -2 \sin t$$

Motivera nogga.

6) Beräkna integralen

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin^2 t}{t^2(t^2+4)} dt.$$

7) Beräkna gränsvärdet  $\lim_{k \rightarrow \infty} \int_1^3 \frac{\arctan kx}{1+x^2/k^2} dx$ . Motivera nogga.