Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Mats Aigner

Kurskod: TATA77
Provkod: TEN1

Tentamen i Fourieranalys, TATA77

2018-10-24 kl 8.00–13.00

Inga hjälpmedel, förutom *Formelsamling för Fourieranalys*, MAI.

Till uppgift 1 och 2 ska **endast svar** ges, på ett gemensamt papper. Till uppgift 3–7 ska fullständiga och välmotiverade lösningar ges, avslutade med ett svar där så är lämpligt.

Varje uppgift ger högst tre poäng. En uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst två poäng. För betyget 3, 4 respektive 5 krävs dels minst åtta, elva respektive fjorton poäng totalt, dels minst tre, fyra respektive fem godkända uppgifter.

Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.

Lämna endast in svar!

1. Låt y vara den lösning till ekvationen $y''(t) - 6y'(t) + 10y(t) = 2e^{2t}$, $t \geq 0$, som uppfyller begynnelsevillkoren $y(0) = 2$ och $y'(0) = 1$. Ange

   (a) $(\mathscr{L}_+ y)(s)$, (b) $y(t)$.

2. Ange en lösning u till ekvationen $u(t) - \displaystyle\int_0^\infty u(t-r)e^{-3r}\,dr = 3e^t\chi(-t)$, $t \in \mathbb{R}$.

3. (a) Förenkla distributionen $(\sin t)\delta''$. (1p)

   (b) Bestäm alla lösningar $u \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$ till ekvationen $(t-2)u = t^2 + 6\delta$. (2p)

4. Låt u ha period π och ges av $u(t) = e^{i(a+1)t}$ då $-\pi/2 \leq t < \pi/2$, där $a \in \mathbb{R}$ inte är ett udda heltal. Bestäm u:s fourierserie och använd resultatet för att visa att
$$\frac{\pi}{\cos(\pi a/2)} = \lim_{N\to\infty} \sum_{n=-N}^{N} \frac{2(-1)^n}{a+1-2n}.$$

5. Använd z-transform för att bestämma en lösning y till differensekvationen
$$y(n+2) + y(n) = 5\cdot 2^{-n}\chi(-n), \quad n \in \mathbb{Z}.$$

6. Antag att $\mathscr{F}u = \lambda u$, där $0 \neq u \in \mathcal{S}'$ och $\lambda \in \mathbb{C}$. Bestäm möjliga värden på λ och visa att u är jämn eller udda.

7. Bestäm laplacetransformen av funktionen $u(t) = 1/\cosh t = 2/(e^t + e^{-t})$, $t \in \mathbb{R}$.

Lycka till!