Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Mats Aigner

Kurskod: TATA77
Provkod: TEN1

Tentamen i Fourieranalys, TATA77

2018-08-30 kl 8.00–13.00

Inga hjälpmedel, förutom *Formelsamling för Fourieranalys*, MAI.

Lösningarna ska vara fullständiga och välmotiverade.

Varje uppgift ger högst tre poäng. En uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst två poäng. För betyget 3, 4 respektive 5 krävs dels minst åtta, elva respektive fjorton poäng totalt, dels minst tre, fyra respektive fem godkända uppgifter.

Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.

1. Låt u vara den 2π-periodiska funktion som ges av $u(t) = t$ då $0 \le t < \pi$ och av $u(t) = 0$ då $\pi \le t < 2\pi$. Bestäm fourierserien för u och rita grafen för fourierseriens summa, åtminstone i intervallet $[-\pi, 3\pi]$.

2. Bestäm värdet av integralen $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin\omega}{\omega(1+\omega^2)}\,d\omega$ med hjälp av Parsevals formel.

3. Bestäm en lösning u till ekvationen $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} u(k) = 2u(n) + n,\ n \in \mathbb{N}$.

4. Använd laplacetransform för att bestämma alla lösningar $y \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$ till differentialekvationen $y''(t) - 5y'(t) + 6y(t) = e^t\chi(1-t)$.

5. Bestäm alla lösningar $u \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$ till ekvationen $tu' + 2u = 3t + 2$.

6. Bestäm fouriertransformen av funktionen $u(t) = \dfrac{\sin t}{t}\operatorname{sgn} t,\ t \neq 0$.

7. Antag att $b_n \ge 0$ för $n = 1, 2, \ldots$, att $\sum_{n=1}^{\infty} b_n < \infty$ och att det finns en konstant $C \ge 0$ sådan att funktionen $u(t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nt$ uppfyller $|u(t+h) - u(t)| \le C|h|$ för alla $t, h \in \mathbb{R}$. Visa att $\sum_{n=1}^{\infty} nb_n < \infty$.

Lycka till!