Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Mats Aigner

Kurskod: TATA77
Provkod: TEN1

Tentamen i Fourieranalys, TATA77

2018-01-03 kl 8.00–13.00

Inga hjälpmedel, förutom *Formelsamling för Fourieranalys*, MAI.

Lösningarna ska vara fullständiga och välmotiverade.

Varje uppgift ger högst tre poäng. En uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst två poäng. För betyget 3, 4 respektive 5 krävs dels minst åtta, elva respektive fjorton poäng totalt, dels minst tre, fyra respektive fem godkända uppgifter.

Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.

1. Använd laplacetransform för att lösa differentialekvationen
$$y''(t) - 2y'(t) + 3y(t) = 3, \quad t \geq 0,$$
med begynnelsevillkoren $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

2. Låt u vara den 2π-periodiska funktion som ges av $u(t) = e^{it}$ då $0 \leq t < \pi$ och av $u(t) = 0$ då $\pi \leq t < 2\pi$. Bestäm fourierserien för u och ange fourierseriens summa i punkten $t = 0$.

3. (a) Bestäm andraderivatan i distributionsmening av funktionen $(3t+1)|t|$. (1p)
   (b) Bestäm fouriertransformen av funktionen $t \sin t$. (1p)
   (c) Antag att $u \in \mathcal{S}'$. Visa att $u'(t)$ har fouriertransformen $i\omega\hat{u}(\omega)$. (1p)

4. För ett LTI-system S gäller att $y'' + y' - 6y = x''$ då $y = Sx$, och för systemets impulssvar h gäller att $h(t) \to 0$ då $t \to \pm\infty$. Bestäm h.

5. Bestäm en lösning u till ekvationen $u(n) - \displaystyle\sum_{k=-\infty}^{n} 3^{n-k}u(k) = 4^n\chi(-n-1)$, $n \in \mathbb{Z}$.

6. Bestäm fouriertransformen av funktionen $u(t) = \ln(1 + t^{-2})$, $t \neq 0$.

7. Beräkna summan $\displaystyle\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{2}{(t-2\pi n)^2 + 1}$ för alla $t \in \mathbb{R}$.

Lycka till!