

Tentamen i Fourieranalys, TATA77

2016-08-25 kl 8.00–13.00

Inga hjälpmedel, förutom *Formelsamling för Fourieranalys*, MAI.

Lösningarna ska vara fullständiga och välmotiverade.

Varje uppgift ger högst tre poäng. En uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst två poäng. För betyget 3, 4 respektive 5 krävs dels minst åtta, elva respektive fjorton poäng totalt, dels minst tre, fyra respektive fem godkända uppgifter.

Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.

1. Använd laplacetransform för att lösa differentialekvationen

$$y'''(t) - 8y(t) = 8, \quad t \geq 0,$$

med begynnelsevillkoren $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = 2$.

2. (a) Förenkla distributionen $t\delta(3t - 6)$. (1p)
(b) Ange alla $u \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$ sådana att $t(t - 1)^3 u = 0$. (1p)
(c) Bestäm andraderivatans i distributionsmening av funktionen $|t|$. (1p)

3. Låt $u(t) = \alpha e^{-\beta t^2}$, $t \in \mathbb{R}$, där α och β är positiva konstanter. Bestäm α och β så att $(u * u)(t) = e^{-t^2}$, $t \in \mathbb{R}$.

4. Bestäm en π -periodisk lösning u till ekvationen

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} u(t - r) \cos r \, dr = \sin^2 t, \quad t \in \mathbb{R}.$$

5. För ett LTI-system S , vars impulssvar h är lika med noll på $]0, \infty[$, gäller att $y'' + y' - 2y = x'' + x'$ då $y = Sx$. Bestäm h och ge en explicit formel för hur y beror på x .

6. Använd z-transform för att bestämma den lösning u till ekvationen

$$nu(n) - 2 \sum_{k=0}^n u(k) = n, \quad n \in \mathbb{N},$$

som uppfyller $u(2) = 1$.

7. Antag att $u \in \mathcal{C}^\infty(\mathbb{R})$ är sådan att $u(t) = \sqrt{t}$ då $t > 1$ och $u(t) = 0$ då $t < 0$, och låt \hat{u} vara u 's fouriertransform i distributionsmening. Visa att \hat{u} 's restriktion till $]0, \infty[$ ges av en oändligt deriverbar funktion.

Lycka till!