Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Mats Aigner

Kurskod: TATA77
Provkod: TEN1

Tentamen i Fourieranalys, TATA77

2016-01-08 kl 8.00–13.00

Inga hjälpmedel, förutom *Formelsamling för Fourieranalys*, MAI.

Lösningarna ska vara fullständiga och välmotiverade.

Varje uppgift ger högst tre poäng. En uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst två poäng. För betyget 3, 4 respektive 5 krävs dels minst åtta, elva respektive fjorton poäng totalt, dels minst tre, fyra respektive fem godkända uppgifter.

Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.

1. Antag att u är den 2π-periodiska funktion som ges av $u(t) = te^{it}$ då $0 \le t < 2\pi$. Bestäm u:s fourierserie och ange fourierseriens summa i punkten $t = 0$.

2. Använd fouriertransform för att bestämma en lösning till differentialekvationen
$$y''(t) - 3y(t) = 2\delta''(t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

3. Bestäm en lösning u till ekvationen $u(t) + \displaystyle\int_0^t u(t-r)\cos r\, dr = e^{-t}$, $t \ge 0$.

4. Bestäm alla lösningar $u \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$ till ekvationen $(t-1)u' + u = \delta'$.

5. Använd z-transform för att bestämma en lösning till differensekvationen
$$y(n+2) - 4y(n+1) + 4y(n) = \chi(-n), \quad n \in \mathbb{Z}.$$

6. Låt u vara den funktion som ges av $u(t) = t^2$ då $|t| \le 1$ och som har period $T = 2$, och låt $N \ge 1$ vara ett heltal. Visa att avståndet i $\mathcal{L}^2_T$-mening mellan u och den N:te symmetriska delsumman av u:s fourierserie är mindre än $(3N)^{-3/2}$.

7. Bestäm fouriertransformen av funktionen $u(t) = |t \sin t|$, $t \in \mathbb{R}$.

Lycka till!