Linköpings universitet
Matematiska institutionen
Mats Aigner

Kurskod: TATA77
Provkod: TEN1

Tentamen i Fourieranalys, TATA77

2015-10-30 kl 8.00–13.00

Inga hjälpmedel, förutom *Formelsamling för Fourieranalys*, MAI.

Lösningarna ska vara fullständiga och välmotiverade.

Varje uppgift ger högst tre poäng. En uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst två poäng. För betyget 3, 4 respektive 5 krävs dels minst åtta, elva respektive fjorton poäng totalt, dels minst tre, fyra respektive fem godkända uppgifter.

Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.

1. Bestäm en lösning u till ekvationen $2u(n) = 1 + \sum_{k=0}^{n} (-1)^{n-k} u(k)$, $n \in \mathbb{N}$.

2. Antag att funktionen u är π-periodisk och att $u(t) = e^t$ då $0 \leq t < \pi$.
   (a) Bestäm u:s fourierserie. (1p)
   (b) Ange u:s fourierseries summa i punkten $t = \pi$. (1p)
   (c) Beräkna summan av serien $\sum_{n=-\infty}^{\infty} 1/(4n^2+1)$. (1p)

3. (a) Förenkla distributionen $\delta'(2t)$. (1p)
   (b) Bestäm alla lösningar $u \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$ till ekvationen $t^2 u = \delta$. (1p)
   (c) Bestäm fouriertransformen (i distributionsmening) av funktionen $t|t|$. (1p)

4. Bestäm en lösning u till ekvationen $u(t) + \int_t^{\infty} e^{t-r} u(r)\, dr = 3e^{-|t|}$, $t \in \mathbb{R}$.

5. Bestäm en lösning y till differentialekvationen
$$y''(t) - 3y'(t) + 2y(t) = \delta(t+3) + \delta(t-3)$$
   sådan att $y(t) = 0$ då $t > 3$.

6. Bestäm summan av den trigonometriska serien $\displaystyle\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{e^{int}}{1-16n^2}$.

7. Låt u vara den 1-periodiska funktion som ges av $u(t) = t$ då $0 \leq t < 1$. Bestäm följande gränsvärde:
$$\lim_{N\to\infty} \sum_{n=-N}^{N} (\mathscr{L}_+ u)(1 + 2\pi i n).$$

Lycka till!